

中1数学A 2019年度1学期 正負の数・文字式・1次方程式 本問解答

§6 陣取りゲームの数理

※ 欠席してしまった場合は、p.44の宿題に取り組んで提出してください
 (§5以前の内容からの出題です)。余裕があれば本問も全て解きましょう。

問6.1, 問6.2

実際に何度かゲームをしてみましょう。

同じ図に対しては、どのように線を引いても、できる三角形の個数が同じになっていることが分かるはずです。

問6.3

(1) $g(m) = \boxed{m-2}$ と予想できます。

(2) 不変量、つまり三角形によらず値の等しいものとしては、
 頂点の数、辺の数、内角の和などがあります。

(3) いま、 m 角形をある方法で分割して、三角形が x 個
 になっているとします。

このとき、 x 個の三角形の内角の和

$$180^\circ \times x \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

は、ちょうど m 角形の m 個の内角の和に等しくな
 ります。

一方、 m 角形の m 個の外角(右図の p, q, r, s, t の角)
 の和が 360° になっているので、 m 角形の内角の和
 は

$$\begin{aligned} 180^\circ \times m - 360^\circ &= 180^\circ \times m - 180^\circ \times 2 \\ &= 180^\circ \times (m - 2) \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

と表せます。

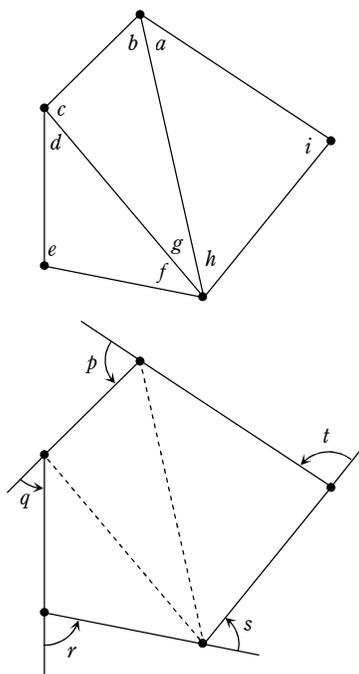
①と②が等しいことから

$$180^\circ \times x = 180^\circ \times (m - 2)$$

$$\therefore x = m - 2$$

と分かります。

この値 $m - 2$ は、はじめの m 角形のみで定まっているので、できる三角形の個数は、
 分割の方法(線分の引き方)によらず $m - 2$ 個であることが言えました。



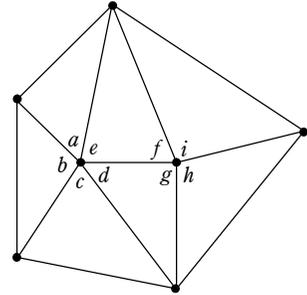
問6.4

(1) $f(m, n) = \boxed{m-2+2n}$ と予想できます。

(2) いま、凸 m 角形と内部の n 点をおよびある方法で分割したところ、 x 個の三角形に分割できているとします。
このとき、 x 個の三角形の内角の和

$$180^\circ \times x \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

は、 m 角形の m 個の内角、および、 m 角形の内部にある n 個の点のまわりを一周する分の角度（図の $a+b+c+d+e$ や $f+g+h+i$ の部分）をすべて足したものになっています。



一方、 m 角形の m 個の内角の和は、問 6.3 (3) で見た通り

$$180^\circ \times (m-2)$$

で、これに、 n 個の点のまわりを一周する角度を加えた

$$180^\circ \times (m-2) + 360^\circ \times n$$

が①と等しいことから、

$$180^\circ \times x = 180^\circ \times (m-2) + 360^\circ \times n$$

$$\therefore x = (m-2) + 2 \times n = m-2+2n$$

と分かります。

この値は、はじめの m 角形と n 個の点のみで定まっているので、できる三角形の個数は、分割の方法（線分の引き方）によらず $m-2+2n$ 個であることが言えました。