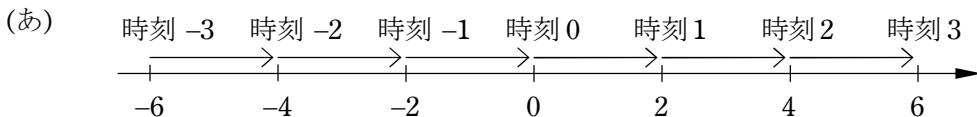


中1数学B 2019年度1学期 正負の数・文字式・1次方程式 本問解答

§2 正負の数の乗除

※ 欠席してしまった場合は、問 2.1～問 2.3, 問 2.6, 問 2.7 を自分で確認し、p.15 の宿題 H2.1～H2.5 に取り組んで提出してください。余裕があれば全問解きましょう。

問2.1



- (1) 時刻 1, 2, 3 には、順に $2, 4, 6$ に対応する点 にいます。
- (2) 時刻 $-1, -2, -3$ には、順に $-2, -4, -6$ に対応する点 にいます。

「速度×時間＝位置」から式を立てると、(2)では

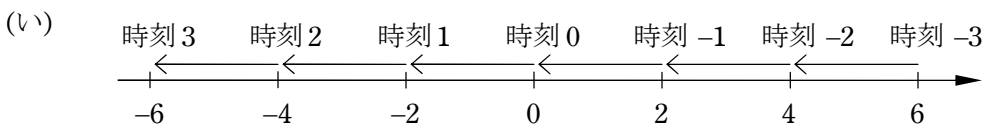
$$2 \times (-1) = -2$$

$$2 \times (-2) = -4$$

$$2 \times (-3) = -6$$

となり、正の数×負の数＝負の数 となっていることが納得できます。

また、積の絶対値は移動した量を表していて、2 数の絶対値の積になることにも注意しましょう。



- (1) 時刻 1, 2, 3 には、順に $-2, -4, -6$ に対応する点 にいます。
- (2) 時刻 $-1, -2, -3$ には、順に $2, 4, 6$ に対応する点 にいます。

「速度×時間＝位置」から式を立てると、(1)では

$$(-2) \times 1 = -2$$

$$(-2) \times 2 = -4$$

$$(-2) \times 3 = -6$$

となり、負の数×正の数＝負の数 となっていることが納得でき、(2)では

$$(-2) \times (-1) = +2$$

$$(-2) \times (-2) = +4$$

$$(-2) \times (-3) = +6$$

となり、負の数×負の数＝正の数となっていることが納得できます。

また、積の絶対値は移動した量を表しているので、2 数の絶対値の積になることに注意しましょう。

問2.2

(1) $(-2) \times 3 = \boxed{-6}$

(2) $2 \times (-3) = \boxed{-6}$

(3) $(-2) \times (-3) = \boxed{+6}$

(4) $(-2) \times (-6) \times (-7) = -(2 \times 6 \times 7) = \boxed{-84}$

(5) $\left(-\frac{7}{9}\right) \times \frac{5}{6} \times \left(-\frac{3}{14}\right) = +\left(\frac{1}{3} \times \frac{7}{9} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{14}\right) = \boxed{\frac{5}{36}}$

(6) $(-1) \times (-2) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-3) = \boxed{+6}$

負の数は2つ掛けると正になるので、奇数個の負の数を掛けると負の数、偶数個の負の数を掛けると正の数になることが分かります。

問2.3

(1) $-2x = 3$ 、つまり、 -2 を掛けて3になる数 x を求めます。

負の数 -2 を掛けて正の数3になるので、 x は負の数です。

x の絶対値は2 を掛けて3になるので、 $3 \div 2 = \frac{3}{2}$ です。

よって、 $x = \boxed{-\frac{3}{2}}$ です。

(2) $-\frac{3}{2}x = -9$ 、つまり、 $-\frac{3}{2}$ を掛けて -9 になる数 x を求めます。

負の数 $-\frac{3}{2}$ を掛けて負の数 -9 になるので、 x は正の数です。

x の絶対値は $\frac{3}{2}$ を掛けて9になるので、 $9 \div \frac{3}{2} = 9 \times \frac{2}{3} = 6$ です。

よって、 $x = \boxed{+6}$ です。

(1)の x の値を求める計算は $3 \div (-2) = -(3 \div 2) = -\frac{3}{2}$ と表すことができ、

(2)の x を求める計算は $(-9) \div \left(-\frac{3}{2}\right) = +\left(9 \div \frac{3}{2}\right) = 9 \times \frac{2}{3} = 6$ と表すことができます。

ここでの考え方から、同符号の商は正であり、異符号の商は負であること、商の絶対値は絶対値の商であることが納得できます。

問2.4

一番左の列にある3数の積が

$$(-12) \times (-1) \times 18 = +12 \times 18 = 2^3 \times 3^3$$

なので、他の行・列・対角線の積もすべて $2^3 \times 3^3$ となるようにします。

-12	-9	2
-1	6	-36
18	-4	-3

問2.5

(2)と(3)より、 $abc = ac \times b$ も ac も正なので、

b は正の数..... ①

と分かります。

(3)より、 ac は正なので、

a と c はともに正の数か、ともに負の数かのいずれか..... ②

です。いずれにしても、 c は0ではないので、(4)より

$d = 0$ ③

と分かります (これは、(1)の範囲にあります)。すると、(5)より、

$a + b + c = 0$ ④

です。

①,④より $a + c$ は負の数です。これと②より、

a と c はともに負の数..... ⑤

となります。 a と c は負の数であれば、必ず(1)の範囲にあることに注意しましょう。

(1)より、 $b \leq 3$ なので、①とあわせて、 b の候補は

$$b = 1, 2, 3$$

に限られます。

$b = 1$ のときは、④より

$$a + 1 + c = 0 \quad \therefore a + c = -1$$

ですが、⑤より a と c は負の整数なので $a \leq -1, c \leq -1$ 、したがって $a + c \leq -2$ なので、条件 $a + c = -1$ を満たす a, c はないことが分かります。

$b = 2$ のときは、④より

$$a + 2 + c = 0 \quad \therefore a + c = -2$$

で、⑤より、これを満たす a, c は $a = c = -1$ のみですが、これは a, b, c, d が相異なる整数であるという条件に反します。

$b = 3$ のときは、④より

$$a + 3 + c = 0 \quad \therefore a + c = -3$$

で、⑤より、これを満たす a, c は $a = -1, c = -2$ と $a = -2, c = -1$ の2通りです。

以上より、 a, b, c, d の組は $(a, b, c, d) = \boxed{(-1, 3, -2, 0), (-2, 3, -1, 0)}$ の2組です。

問2.6

$$(1) \quad (-3)^2 = (-3) \times (-3) = +(3 \times 3) = \boxed{9}$$

$$(2) \quad -3^2 = -(3 \times 3) = \boxed{-9}$$

$$(3) \quad (-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = \boxed{-27}$$

$$(4) \quad (-1)^5 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = \boxed{-1}$$

$$(5) \quad (-4)^2 \times (-1)^7 = (-4) \times (-4) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = \boxed{-16}$$

$$(6) \quad (-2)^2 \times (-5)^4 \times (-2)^3 \times (-5) = (-2)^2 \times (-2)^3 \times (-5)^4 \times (-5) \\ = (-2)^5 \times (-5)^5 = ((-2) \times (-5))^5 = (+10)^5 = \boxed{100000}$$

問2.7

$$(1) \quad (-42) \div (-7) - 8 \times (-3) = (42 \div 7) + (8 \times 3) = 6 + 24 = \boxed{30}$$

$$(2) \quad -(-3) - 3^2 = +3 - 3 \times 3 = 3 - 9 = \boxed{-6}$$

$$(3) \quad 8 - (-2)^3 = 8 - (-2) \times (-2) \times (-2) = 8 - (-8) = 8 + 8 = \boxed{16}$$

$$(4) \quad -4^2 - (-2)^4 = -(4 \times 4) - (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -16 - (+16) = -16 - 16 = \boxed{-32}$$

$$(5) \quad 7 - 3 \times 5 - 2 \times (-5) = 7 - 15 + 10 = 17 - 15 = \boxed{2}$$

$$(6) \quad -8 - (-5) - 8 \div (-6) \times (-9) = -8 + 5 - (8 \div 6 \times 9) = -8 + 5 - 12 = \boxed{-15}$$

問2.8

出た 8 個の目を a, b, c, d, e, f, g, h とすると、裏面の目は $-a, -b, -c, -d, -e, -f, -g, -h$ と表すことができます。

- (1) 出た目の合計が 6 なので、 $a+b+c+d+e+f+g+h=6$ で、裏面の目の合計は

$$\begin{aligned} & (-a)+(-b)+(-c)+(-d)+(-e)+(-f)+(-g)+(-h) \\ &= -(a+b+c+d+e+f+g+h) = \boxed{-6} \end{aligned}$$

- (2) 出た目の積が -24 なので、 $abcdefgh=-24$ で、裏面の目の積は

$$\begin{aligned} & (-a)\times(-b)\times(-c)\times(-d)\times(-e)\times(-f)\times(-g)\times(-h) \\ &= (-1)^8 abcdefgh = (+1)\times(-24) = \boxed{-24} \end{aligned}$$

- (3) $1, -1$ が合わせて p 個、 $2, -2$ が合わせて q 個、 $3, -3$ が合わせて r 個出たとなると、目の積の絶対値は

$$2^q \times 3^r \cdots \cdots \textcircled{1}$$

です ($q=0$ のときは $2^q=1$ 、 $r=0$ のときは $3^r=1$ とします)。また、全部で 8 個のサイコロを振っているので、

$$p+q+r=8 \quad \therefore q+r \leq 8 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

です。

出た目の絶対値の積として現れる数は、このような形に表されるものに限りません。

- (i) $512=2^9$ なので、 $\textcircled{1}$ は $q=9, r=0$ のとき 512 となりますが、これは $\textcircled{2}$ を満たしません。つまり、 512 は目の積の絶対値として現れない形です。よって、 $\boxed{\times}$

- (ii) $567=3^4 \times 7$ ですが、2 と 3 以外の素数 7 を約数にもつ 567 は、 $\textcircled{1}$ の形をしていません。つまり、 567 は目の積の絶対値として現れない形です。よって、 $\boxed{\times}$

- (iii) $576=2^6 \times 3^2$ で、これは $q=6, r=2$ のときの $\textcircled{1}$ の値です。つまり、 576 は、 $2, -2$ が合わせて 6 個、 $3, -3$ が合わせて 2 個出たときの、目の積の絶対値となっています。また、積が負の数になるのは、負の数を奇数個掛けたときなので、例えば 8 個のサイコロの目が $\boxed{-2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3}$ のとき、積は -576 となります。

問2.9

- (1) 正の数同士の和は正の数になるので、(i)より、正の数は2つ以上ありません。
一方、負の数同士の積は正の数になるので、(ii)より、正の数は必ずあります。
したがって、 G には正の数がちょうど1つだけあることが分かります。

よって、 $\boxed{a:\text{正 } b:\text{負 } c:\text{負}}$ です。

- (2) G から2つの整数を取って作った積のうち、負の数でもっとも0に近い（絶対値が最も小さい）ものは、 ab です。したがって、(ii)より、

$$ab = -504 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

と分かります。

G から2つの整数を取って作った積のうち、正の数でもっとも0に近い（絶対値が最も小さい）ものは、 bc です。したがって、(iii)より、

$$bc = 1080 \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

と分かります。

b は負の数であり、 $|b|$ は $\textcircled{1}\textcircled{2}$ より504, 1080の公約数です。

$$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$$

$$1080 = 2^3 \times 3^3 \times 5$$

より、504と1080の最大公約数は $2^3 \times 3^2 = 72$ であり、 $|b|$ はその約数なので、候補は

$$|b| = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72$$

です。

$|b|$ の候補の大きい方から順に、 a, b, c の値を調べていくと右図のようになります。

このうち、 $b > c$ であり、(i)の条件 $a + b < 0$ を満たすものには

$$a = 21, b = -24, c = -45$$

があります。また、表の続きは、 a の絶対値は大きく、 b の絶対値は小さくなっていくので、 $a + b > 0$ となり、(i)の条件を満たすものはでてこないことが分かります。よって、条件を満たすのは

$$\boxed{a = 21, b = -24, c = -45}$$

のみです。

a	b	c
7	-72	-15
14	-36	-30
21	-24	-45
28	-18	-60
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$