

中1数学B 2019年度1学期 正負の数・文字式・1次方程式 本問解答

§5 連立1次方程式

※ 欠席してしまった場合は、問 5.1～問 5.5 を自分で確認し、p.34,35 の宿題 H5.1～H5.4 に取り組んで提出してください。余裕があれば全問解きましょう。

問5.1

$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 & \dots\dots ① \\ 2x + 5y = 16 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①×5+②×2 より、

$$\begin{array}{r} 15x - 10y = 25 \quad \dots\dots ① \times 5 \\ +) 4x + 10y = 32 \quad \dots\dots ② \times 2 \\ \hline 19x \quad \quad = 57 \end{array}$$

$$\therefore x = 57 \times \frac{1}{19} = 3$$

x の値を①に代入して、

$$\begin{aligned} 3 \times 3 - 2y &= 5 \\ -2y &= 5 - 9 = -4 \\ y &= -4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \end{aligned}$$

よって、 $x = 3, y = 2$

問5.2

$$(1) \begin{cases} 3x + y = 4 & \dots\dots ① \\ 9x - y = -20 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①+②より、

$$\begin{array}{r} 3x + y = 4 \quad \dots\dots ① \\ +) 9x - y = -20 \quad \dots\dots ② \\ \hline 12x \quad \quad = -16 \end{array}$$

$$\therefore x = -16 \times \frac{1}{12} = -\frac{4}{3}$$

x の値を①に代入して、

$$\begin{aligned} 3 \times \left(-\frac{4}{3}\right) + y &= 4 \\ -4 + y &= 4 \\ y &= 4 + 4 = 8 \end{aligned}$$

よって、 $x = -\frac{4}{3}, y = 8$

$$(2) \begin{cases} 3x + 4y = 7 & \dots\dots ① \\ 2x + 3y = 10 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①×3-②×4より、

$$\begin{array}{r} 9x + 12y = 21 \quad \dots\dots ① \times 3 \\ -) 8x + 12y = 40 \quad \dots\dots ② \times 4 \\ \hline x \quad \quad = -19 \end{array}$$

x の値を①に代入して、

$$\begin{aligned} 3 \times (-19) + 4y &= 7 \\ 4y &= 7 + 57 = 64 \\ y &= 64 \times \frac{1}{4} = 16 \end{aligned}$$

よって、 $x = -19, y = 16$

問5.3

まず、方程式を整理して、問 5.2 のような形にしましょう。

$$(1) \begin{cases} x+2y=4-2x \\ x-y=3-2y \end{cases}$$

まずそれぞれの方程式を整理すると、

$$\begin{cases} 3x+2y=4 \cdots \cdots ① \\ x+y=3 \cdots \cdots ② \end{cases}$$

① - ② × 2 より、

$$\begin{array}{r} 3x+2y=4 \cdots \cdots ① \\ -) 2x+2y=6 \cdots \cdots ② \times 2 \\ \hline x = -2 \end{array}$$

x の値を②に代入して、

$$\begin{array}{r} -2+y=3 \\ y=3+2=5 \end{array}$$

よって、 $\boxed{x=-2, y=5}$

$$(2) \begin{cases} 2x+2y-5=y-x+6 \\ 3x+2y-2=x-y-4 \end{cases}$$

まずそれぞれの方程式を整理すると、

$$\begin{cases} 3x+y=11 \cdots \cdots ① \\ 2x+3y=-2 \cdots \cdots ② \end{cases}$$

① × 3 - ② より、

$$\begin{array}{r} 9x+3y=33 \cdots \cdots ① \times 3 \\ -) 2x+3y=-2 \cdots \cdots ② \\ \hline 7x = 35 \end{array}$$

$$\therefore x = 35 \times \frac{1}{7} = 5$$

x の値を②に代入して、

$$\begin{array}{r} 3 \times 5 + y = 11 \\ y = 11 - 15 = -4 \end{array}$$

よって、 $\boxed{x=5, y=-4}$

問5.4

$A=B=C$ は $\begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$ と書き換えられます。

$$(1) -5x+2y=4x-7y=2x+5$$

$$\text{は } \begin{cases} -5x+2y=4x-7y \cdots \cdots ① \\ 4x-7y=2x+5 \cdots \cdots ② \end{cases}$$

と書き換えられます。

①を整理すると、

$$9y=9x \quad \therefore y=x \cdots \cdots ③$$

なので、③を②に代入して、

$$\begin{array}{r} 4x-7x=2x+5 \\ -5x=5 \end{array}$$

$$x = 5 \times \left(-\frac{1}{5}\right) = -1$$

これと③より、 $\boxed{x=-1, y=-1}$

$$(2) 3x+2y-16=-5x-6y+20=9x-4y-13$$

$$\text{は } \begin{cases} 3x+2y-16=-5x-6y+20 \\ -5x-6y+20=9x-4y-13 \end{cases}$$

と書き換えられます。

それぞれの方程式を整理して、

$$\begin{cases} 8x+8y=36 \cdots \cdots ① \\ -14x-2y=-33 \cdots \cdots ② \end{cases}$$

① ÷ 4 + ② より、

$$\begin{array}{r} 2x+2y=9 \cdots \cdots ① \div 4 \\ +) -14x-2y=-33 \cdots \cdots ② \\ \hline -12x = -24 \end{array}$$

$$\therefore x = -24 \times \left(-\frac{1}{12}\right) = 2$$

x の値を① ÷ 4 に代入して、

$$\begin{array}{r} 2 \times 2 + 2y = 9 \\ 2y = 9 - 4 = 5 \end{array}$$

$$y = 5 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

よって、 $\boxed{x=2, y=\frac{5}{2}}$

問5.5

- (1) はじめの 10 分間は、毎分 $3x$ 人ずつ受付を済ませる一方、 y 人ずつ列に加わり、結果として毎分 $(y-3x)$ 人ずつ列に並んでいる人数が増えていきます。10 分後には、列に並んでいる人は 15 人増えているので、

$$(y-3x) \times 10 = 15$$

$$\therefore y-3x = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

が成り立ちます。

続く 70 分間は、毎分 $7x$ 人ずつ受付を済ませる一方、 y 人ずつ列に加わり、結果として毎分 $(7x-y)$ 人ずつ列に並んでいる人数が減っていきます。70 分後には、列に並んでいる人は 35 人減っているので、

$$(7x-y) \times 70 = 35$$

$$\therefore 7x-y = \frac{35}{70} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

が成り立ちます。

①,②から x, y を求めましょう。

①+②より

$$-3x+y = \frac{3}{2} \dots\dots \textcircled{1} \times 2$$

$$+) 7x-y = \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\hline 4x = 2 \quad \therefore x = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

x の値を①に代入して、

$$y - 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \quad y = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 3$$

よって、 $x = \frac{1}{2}, y = 3$

- (2) 7 人で受付をすると、毎分 $7 \times \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ 人ずつ受付を済ませる一方、3 人ずつ列に加わり、

結果として列に並んでいる人数は毎分 $\frac{7}{2} - 3 = \frac{1}{2}$ 人ずつ減っていきます。

よって、20 人の列がなくなるのは、 $20 \div \frac{1}{2} = 20 \times 2 = \boxed{40}$ 分後です。

問5.6

A, B, C, D の目の数を a, b, c, d とおきます。すると、

$$\begin{cases} b+c+d=6 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ a+c+d=5 \cdots \cdots \textcircled{2} \\ a+b+d=4 \cdots \cdots \textcircled{3} \\ a+b+c=3 \cdots \cdots \textcircled{4} \end{cases}$$

が成り立ちます。

①+②+③+④ より

$$3a+3b+3c+3d=18$$

両辺を 3 で割ると、

$$a+b+c+d=6 \cdots \cdots \textcircled{5}$$

⑤-① より、 $a=0$

⑤-② より、 $b=1$

⑤-③ より、 $c=2$

⑤-④ より、 $d=3$

よって、人間は \boxed{C} と分かります。

問5.7

(1) 食塩水を x g, y g, z g 混ぜると 100g の食塩水になるので、

$$\boxed{x + y + z = 100} \dots\dots\dots ①$$

5%, 8%, 10% の食塩水をそれぞれ x g, y g, z g 混ぜると、7.5% の食塩水 100g ができるので、含まれる食塩の量に注目して

$$\frac{5}{100}x + \frac{8}{100}y + \frac{10}{100}z = \frac{7.5}{100} \times 100$$
$$\frac{5x + 8y + 10z}{100} = \frac{7.5 \times 100}{100}$$

$$\boxed{5x + 8y + 10z = 750} \dots\dots\dots ②$$

5%, 8%, 10% の食塩水をそれぞれ y g, z g, x g 混ぜると、8.5% の食塩水 100g ができるので、含まれる食塩の量に注目して

$$\frac{5}{100}y + \frac{8}{100}z + \frac{10}{100}x = \frac{8.5}{100} \times 100$$
$$\frac{5y + 8z + 10x}{100} = \frac{8.5 \times 100}{100}$$

$$\boxed{10x + 5y + 8z = 850} \dots\dots\dots ③$$

(2) 5%, 8%, 10% の食塩水をそれぞれ z g, x g, y g 混ぜると、 n % の食塩水 100g になるとします。すると、含まれる食塩の量に注目して、

$$\frac{5}{100}z + \frac{8}{100}x + \frac{10}{100}y = \frac{n}{100} \times 100$$
$$\frac{5z + 8x + 10y}{100} = \frac{100n}{100}$$

$$8x + 10y + 5z = 100n \dots\dots\dots ④$$

すると、②+③+④より

$$5x + 8y + 10z = 750$$

$$10x + 5y + 8z = 850$$

$$+) 8x + 10y + 5z = 100n$$

$$23x + 23y + 23z = 100n + 1600 \dots\dots ⑤$$

です。

一方、①×23より

$$23x + 23y + 23z = 2300 \dots\dots\dots ⑥$$

なので、⑤,⑥より

$$100n + 1600 = 2300$$

$$100n = 700$$

$$n = 7$$

よって、 $\boxed{7\%}$ と分かります。

※ ①,②,③から x, y, z を求め、それを元に(2)の食塩水の濃度を計算することもできます。

①,②,③を解くと

$$x = \frac{850}{19}, y = \frac{250}{19}, z = \frac{800}{19}$$

なので、5%, 8%, 10%の食塩水をそれぞれ z g, x g, y g 混ぜた食塩水に含まれる食塩の量は、

$$\begin{aligned} & \frac{5}{100} \times \frac{800}{19} + \frac{8}{100} \times \frac{850}{19} + \frac{10}{100} \times \frac{250}{19} \\ &= \frac{4000 + 6800 + 2500}{100 \times 19} = \frac{13300}{100 \times 19} = 7\text{g} \end{aligned}$$

となります。

食塩水の重さは 100g なので、濃度は 7%となります。