

中1数学B2019年度1学期正負の数・文字式・1次方程式 宿題解答

§6 陣取りゲームの数理

H6.1

(あ)
$$\begin{cases} 4x + 9y = -11 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 3x + 5y = 4 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①×3-②×4 より、

$$\begin{array}{r} 12x + 27y = -33 \cdots \cdots \textcircled{1} \times 3 \\ -) 12x + 20y = 16 \cdots \cdots \textcircled{2} \times 4 \\ \hline 7y = -49 \\ \therefore y = -7 \end{array}$$

これを②に代入して

$$\begin{array}{l} 3x + 5 \times (-7) = 4 \quad 3x - 35 = 4 \\ 3x = 4 + 35 = 39 \quad \therefore x = 13 \end{array}$$

 よって、 $x = 13, y = -7$ です。

(い) (あ)より、

$$\begin{cases} 4\Box + 9\Delta = -11 \cdots \cdots \star \\ 3\Box + 5\Delta = 4 \end{cases}$$

 の解は $\Box = 13, \Delta = -7$ です。

(1)
$$\begin{cases} 9x + 4y = -11 \\ 5x + 3y = 4 \end{cases}$$
 は、

$$\begin{cases} 4y + 9x = -11 \\ 3y + 9x = 4 \end{cases}$$

 と書きなおして☆と比べることで、
 $y = 13, x = -7 \quad \therefore x = -7, y = 13$
 と解くことができます。

(2)
$$\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{9}{y} = -11 \\ \frac{3}{x} + \frac{5}{y} = 4 \end{cases}$$
 は、

$$\begin{cases} 4 \times \frac{1}{x} + 9 \times \frac{1}{y} = -11 \\ 3 \times \frac{1}{x} + 5 \times \frac{1}{y} = 4 \end{cases}$$

と書き直して☆と比べることで、

$$\frac{1}{x} = 13, \frac{1}{y} = -7 \quad \therefore x = \frac{1}{13}, y = -\frac{1}{7}$$

と解くことができます。

(3)
$$\begin{cases} 16x - 81y = -11 \\ 12x - 45y = 4 \end{cases}$$
 は、

$$\begin{cases} 4 \times 4x + 9 \times (-9y) = -11 \\ 3 \times 4x + 5 \times (-9y) = 4 \end{cases}$$

と書き直して☆と比べることで、

$$4x = 13, -9y = -7 \quad \therefore x = \frac{13}{4}, y = \frac{7}{9}$$

と解くことができます。

H6.2

一般に、0以上の整数 m を、1以上の整数 n で割ったときの商を q 、余りを r とするとき、
 $m = nq + r$

が成り立ちます (m を n ずつ分けていくと、 q 個に分けられて r 余る、という割り算の意味を表している式になっています)。

また、割る数より余りが小さいことから、
 $n > r$

も成り立ちます。これらに注意して立式していきましょう。

B を A で割ると商が 3 で余りが C なので、

$$B = 3A + C \dots\dots\dots ①$$

$$A > C \dots\dots\dots ②$$

が成り立ちます。

A+B を C で割ると商が 7 で余りが 0 なので、

$$A + B = 7C \dots\dots\dots ③$$

が成り立ちます (今回は余りが 0 なので、割る数 C より余り 0 が小さいのは、C がどんな自然数のときも成り立っています)。

B を C で割ると商が 5 で余りが 12 なので、

$$B = 5C + 12 \dots\dots\dots ④$$

$$C > 12 \dots\dots\dots ⑤$$

が成り立ちます。

まずは①,③,④から A, B, C を求めましょう。

①を代入して B を消去することになると、①を③に代入して、

$$A + 3A + C = 7C \quad 4A = 6C \quad A = 6C \times \frac{1}{4} = \frac{3}{2}C \dots\dots\dots ⑥$$

①を④に代入して

$$3A + C = 5C + 12 \quad 3A - 4C = 12 \dots\dots\dots ⑦$$

の 2 式を得ます。

⑥を⑦に代入すれば

$$\frac{9}{2}C - 4C = 12 \quad \frac{1}{2}C = 12 \quad C = 12 \times 2 = 24$$

が分かります。C の値を⑥に代入して

$$A = \frac{3}{2} \times 24 = 36$$

です。最後に A, C の値を①に代入して

$$B = 3 \times 36 + 24 = 132$$

が分かります。

以上で、①,③,④を満たす A, B, C は

$$\boxed{A = 36, B = 132, C = 24}$$

と求まりました。

この A, B, C に対しては、②,⑤も確かに成り立っています。

H6.3

(1) 下線部①において、食塩の量に注目すると、

$$\frac{a}{100} \times x + \frac{8}{100} \times y = \frac{10}{100} \times 1000 \quad \dots\dots\dots ③$$

が成り立ちます。

また、下線部①において、食塩水の量に注目すると、

$$x + y = 1000 \quad \dots\dots\dots ④$$

が成り立ちます。

(2) 下線部②において、食塩水の量は合わせて

$(x + 100) + (y - 100) = x + y = 1000$ g であることに注意した上で、食塩の量に注目すると、

$$\frac{a}{100} \times (x + 100) + \frac{8}{100} \times (y - 100) = \frac{11}{100} \times 1000 \quad \dots\dots\dots ⑤$$

が成り立ちます。

(3) ③,④,⑤から a, x, y を求めましょう。

まずは、③を整理します。③の両辺を 100 倍して、

$$ax + 8y = 10000 \quad \dots\dots\dots ③'$$

次に、⑤を整理します。⑤の両辺も 100 倍して、

$$a(x + 100) + 8(y - 100) = 11000$$

$$ax + 100a + 8y - 800 = 11000$$

$$ax + 100a + 8y = 11800 \quad \dots\dots\dots ⑤'$$

⑤' - ③' より、

$$ax + 100a + 8y = 11800 \quad \dots\dots ⑤'$$

$$\text{-) } ax \quad + 8y = 10000 \quad \dots\dots ③'$$

$$\hline 100a = 1800$$

よって、 $a = 18$ とわかります。

これを③'に代入して、

$$18x + 8y = 10000 \quad \dots\dots\dots ③''$$

③'' - ④ × 8 より、

$$18x + 8y = 10000 \quad \dots\dots ③''$$

$$\text{-) } 8x + 8y = 8000 \quad \dots\dots ④ \times 8$$

$$\hline 10x = 2000$$

これより、 $x = 200$ がわかり、これを④に代入することで、

$y = 800$ もわかります。