

中1数学A 2019年度1学期 連立方程式・座標平面・1次関数 本問解答

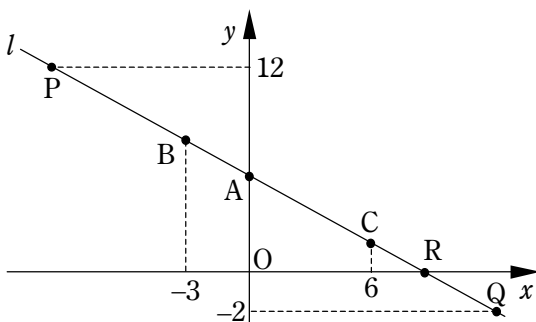
§11 グラフの交点

※ 欠席してしまった場合は、問 11.2, 問 11.3, 問 11.4 を自分で確認し、p.36 の宿題 H11.1～H11.3 に取り組んで提出してください。余裕があれば全問解きましょう。

問11.1

$$y = -\frac{2}{3}x + 6 \cdots \textcircled{1}$$

のグラフが下図の直線 l です。



- (1) A は l 上で x 座標が 0 となる点なので、 y 座標は

$$y = -\frac{2}{3} \times 0 + 6 = 6$$

で、A の座標は A $(0, 6)$ です。

(この y 座標は、 l の y 切片として、関数の式とグラフの対応を学ぶ時に注目していた量でしたね。)

B は l 上の点で、 x 座標が -3 なので、 y 座標は、①に $x = -3$ を代入して、

$$y = -\frac{2}{3} \times (-3) + 6 = 2 + 6 = 8$$

よって、B $(-3, 8)$

C は l 上の点で、 x 座標が 6 なので、 y 座標は、①に $x = 6$ を代入して、

$$y = -\frac{2}{3} \times 6 + 6 = -4 + 6 = 2$$

よって、C $(6, 2)$

- (2) P は l 上の点で、 y 座標が 12 なので、この点の x 座標は、①に $y = 12$ を代入して、

$$12 = -\frac{2}{3}x + 6$$

となる x です。この方程式を解いて、

$$\frac{2}{3}x = 6 - 12 = -6 \quad \therefore x = -6 \times \frac{3}{2} = -9$$

よって、P $(-9, 12)$

Q は l 上の点で、 y 座標が -2 なので、この点の x 座標は、①に $y = -2$ を代入して、

$$-2 = -\frac{2}{3}x + 6$$

となる x です。この方程式を解いて、

$$\frac{2}{3}x = 6 + 2 = 8 \quad \therefore x = 8 \times \frac{3}{2} = 12$$

よって、Q $(12, -2)$

- (3) R は l 上の点で、 y 座標が 0 なので、この点の x 座標は、①に $y = 0$ を代入して、

$$0 = -\frac{2}{3}x + 6$$

となる x です。この方程式を解いて

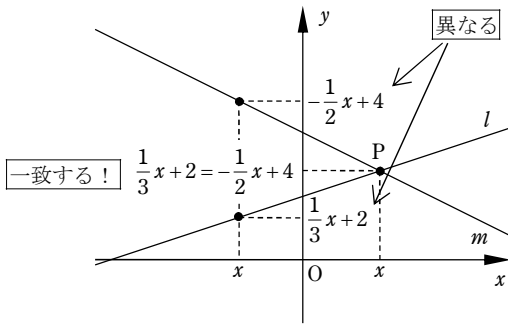
$$\frac{2}{3}x = 6 \quad \therefore x = 6 \times \frac{3}{2} = 9$$

よって、R $(9, 0)$

問11.2

$$y = \frac{1}{3}x + 2 \cdots \textcircled{1} \quad y = -\frac{1}{2}x + 4 \cdots \textcircled{2}$$

のグラフがそれぞれ下図の直線 l, m です。



交点 P の x 座標は、

①, ② のどちらで y を計算

しても、同じになるような x

なので、

$$\frac{1}{3}x + 2 = -\frac{1}{2}x + 4$$

の解に他なりません。これを解くと、

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}x = 4 - 2$$

$$\left(\frac{2}{6} + \frac{3}{6}\right)x = 2$$

$$\frac{5}{6}x = 2$$

$$\therefore x = 2 \times \frac{6}{5} = \frac{12}{5}$$

となります。 y 座標は ①, ② のどちらの式を用いてもよいので、①の方で計算すると、

$$y = \frac{1}{3} \times \frac{12}{5} + 2 = \frac{4}{5} + 2 = \frac{14}{5}$$

となります。よって、交点 P の座標は、

$$\left(\frac{12}{5}, \frac{14}{5}\right)$$

※ ②の式の方でも y 座標を計算してみ、同じになっているかどうかを確かめれば、検算になるので、試験のときなどは必ず確かめてみよう！

問11.3

(1) 交点の x 座標は

$$11x + 6 = 10x - 3$$

$$11x - 10x = -3 - 6$$

より、 $x = -9$

$y = 10x - 3$ に代入して、

$$y = 10 \times (-9) - 3 = -90 - 3 = -93$$

よって、交点の座標は $(-9, -93)$

(2) 交点の x 座標は

$$x + 5 = -\frac{1}{3}x + 3$$

$$x + \frac{1}{3}x = 3 - 5$$

$$\frac{4}{3}x = -2$$

より、 $x = -2 \times \frac{3}{4} = -\frac{3}{2}$

$y = x + 5$ に代入して、 $y = -\frac{3}{2} + 5 = \frac{7}{2}$

よって、交点の座標は $\left(-\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right)$

(3) 交点の x 座標は

$$5 = -2x + 1$$

$$2x = 1 - 5 = -4$$

より、 $x = -2$

$y = 5$ なので、交点の座標は $(-2, 5)$

(4) 交点の x 座標は

$$13x + 5 = 19x + 5$$

$$-6x = 0$$

より、 $x = 0$

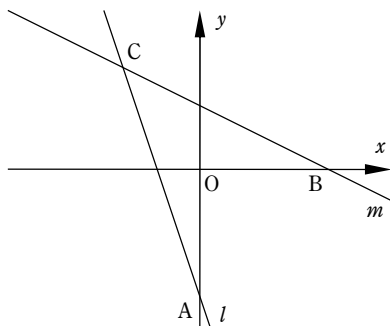
$y = 13x + 5$ に代入して、 $y = 5$

よって、交点の座標は $(0, 5)$

問11.4

$$y = -3x - 9 \dots ① \quad y = -\frac{1}{2}x + 6 \dots ②$$

のグラフがそれぞれ下図の直線 l, m です。



- (1) ①より、 l の y 切片は -9 なので、 A の座標は $A(0, -9)$ です。

B は m 上で y 座標が 0 となる点なので、②より x 座標は

$$0 = -\frac{1}{2}x + 6$$

$$\frac{1}{2}x = 6$$

$$\therefore x = 6 \times 2 = 12$$

よって、 B の座標は $B(12, 0)$ です。

C は l と m の交点なので、①, ②より x 座標は

$$-3x - 9 = -\frac{1}{2}x + 6$$

$$-3x + \frac{1}{2}x = 6 + 9$$

$$-\frac{5}{2}x = 15$$

$$\therefore x = 15 \times \left(-\frac{2}{5}\right) = -6$$

- ①に代入して、 y 座標は、
 $y = -3 \times (-6) - 9 = 9$

よって、 C の座標は $C(-6, 9)$ です。

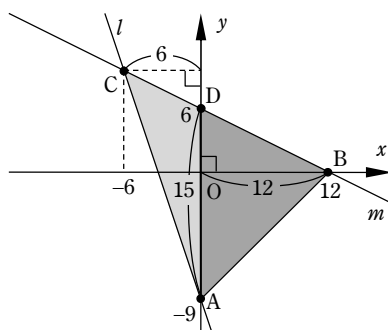
- (2) m と y 軸の交点を D とすると、②より、 m の y 切片は 6 なので $D(0, 6)$ です。

$\triangle ABC$ を AD で分割して、 $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ の面積を、 AD を底辺として計算していきましょう。

$\triangle ABD$ の面積は、 AD を底辺としたときの高さが 12 なので (下図)、

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times AD \times 12 = 6 \times AD$$

$\triangle ACD$ の面積は、 AD を底辺としたときの高さが 6 なので (下図)、



$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times AD \times 6 = 3 \times AD$$

したがって、 $\triangle ABC$ は

$$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ACD$$

$$= 6 \times AD + 3 \times AD = 9 \times AD$$

と表せます。

ここで、 AD の長さは

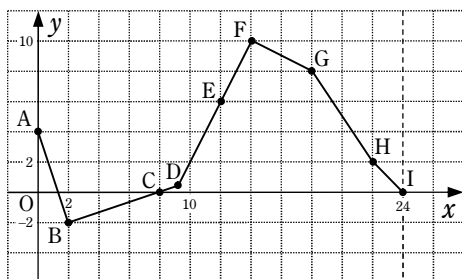
$$AD = 6 - (-9) = 15$$

なので、

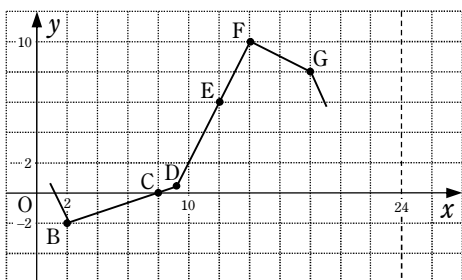
$$\triangle ABC = 9 \times 15 = 135$$

です。

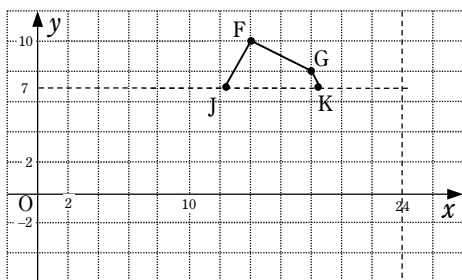
問11.5



- (1) グラフの $1 < x < 19$ なる部分 (下図) に注目して y の範囲を読み取ると $-2 \leq y \leq 10$ と分かります。



- (2) グラフの $y > 7$ なる部分 (下図) に注目して x の範囲を読み取ります。



点Jは、もとの図の直線EF上の
y座標が7の点です。
直線EFは、図から傾きは2と分かる

ので、 y 切片を a とおくと、

1次関数

$$y = 2x + a \quad \text{..... ①}$$

のグラフになっています。

点Fの座標に注目すると、①は、
 $x = 14$ のとき $y = 10$ となる

ことが分かるので、

$$10 = 2 \times 14 + a$$

$$\therefore a = 10 - 2 \times 14 = -18$$

です。よって、①は

$$y = 2x - 18 \quad \text{..... ①'}$$

となり、このグラフが直線EFです。

①'において、 $y = 7$ となるのは、

$$7 = 2x - 18$$

$$-2x = -18 - 7$$

$$-2x = -25$$

$$\therefore x = -25 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{25}{2}$$

のときで、これが点Jの x 座標です。

点Kは、もとの図の直線GH上の
 y 座標が7の点です。

直線GHは、図から傾きは $-\frac{3}{2}$ と

分かるので、 y 切片を b とおくと、

1次関数

$$y = -\frac{3}{2}x + b \quad \text{..... ②}$$

のグラフになっています。

点Gの座標に注目すると、②は、
 $x = 18$ のとき $y = 8$ となる

ことが分かるので、

$$8 = -\frac{3}{2} \times 18 + b$$

$$\therefore b = 8 + \frac{3}{2} \times 18 = 35$$

です。よって、②は

$$y = -\frac{3}{2}x + 35 \quad \text{..... ②'}$$

となり、このグラフが直線GHです。

②'において、 $y = 7$ となるのは、

$$7 = -\frac{3}{2}x + 35$$

$$\frac{3}{2}x = 35 - 7$$

$$\frac{3}{2}x = 28$$

$$\therefore x = 28 \times \frac{2}{3} = \frac{56}{3}$$

のときで、これが点 K の x 座標です。
以上より、求めるべき x の範囲は、

$$\boxed{\frac{25}{2} < x < \frac{56}{3}} \quad \text{と分かります。}$$

(3) 点 D は直線 BC と直線 EF の交点です。

直線 BC は、図から傾きは $\frac{1}{3}$ と分かる

ので、 y 切片を c とおくと、

1 次関数

$$y = \frac{1}{3}x + c \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{3}$$

のグラフになっています。

点 B の座標に注目すると、 $\textcircled{3}$ は、

$x = 2$ のとき $y = -2$ となる

ことが分かるので、

$$-2 = \frac{1}{3} \times 2 + c$$

$$\therefore c = -2 - \frac{1}{3} \times 2 = -\frac{8}{3}$$

です。よって、 $\textcircled{3}$ は

$$y = \frac{1}{3}x - \frac{8}{3} \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{3}'$$

となり、このグラフが直線 BC です。

直線 EF は $\textcircled{1}'$ のグラフなので、両者の
交点 D の x 座標は

$$2x - 18 = \frac{1}{3}x - \frac{8}{3}$$

$$6x - 54 = x - 8$$

$$6x - x = -8 + 54$$

$$5x = 46$$

$$x = \boxed{\frac{46}{5}}$$

です。D が $y = 2x - 18$ のグラフ上の点
であることから y 座標を計算すると、

$$y = 2 \times \frac{46}{5} - 18 = \boxed{\frac{2}{5}}$$

です。