

中1数学B 2019年度1学期 座標平面と1次関数 本問解答

§12# 無限の世界での1対1対応

問12.1

例えば、1, 2, 3, 4, …号室のお客さんに、それぞれ1つ隣の部屋である2, 3, 4, 5, …号室へと移ってもらうと、2号室以降のすべての部屋が埋まっている状態になります。そこで、新しいお客さんを1号室に入れば、すべてのお客さんを宿泊させることができます。

問12.2

例えば、2, 3, 4, …号室のお客さんに、それぞれ、3, 5, 7, …号室へと（つまり、2以上の自然数 n に対して、 n 号室のお客さんには、 $2n-1$ 号室へと）移ってもらうと、すべての奇数号室のみが埋まっている状態になります。

そこで、新しくきた1, 2, 3, 4, …のカードを持つお客さんを、それぞれ（空いている偶数号室である）2, 4, 6, 8, …号室に入れば、すべてのお客さんを宿泊させることができます。

問12.3

例えば、次のような順番でお客さんを入れていくことができます。

まず、0, 1, 2, 3, …のカードを持っているお客さんを、それぞれ1, 2, 3, 4, …号室に入れる（つまり n のカードを持っているお客さんを $n+1$ 号室に入れる）ことにいたします。

次に、-1, -2, -3, -4, …のカードを持つお客さんの泊まる部屋を、問12.2の方法で用意します。

以上ですべてのお客さんを入れることができます。

問12.4

正の有理数は、自然数分の自然数の形の既約分数に、ただ一通りに表せます。「自然数分の自然数」の形の分数は、

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}, \dots$$

和が2 和が3 和が4 和が5

のように、「分母と分子の和が小さいものから、また、分母と分子の和が同じものについては、分母の大きいものから順に」並べることができます。

このように並べた「自然数分の自然数」の形の分数から、既約分数でないもの（まだ約分できるもの）を除いていきます（ただし、 $\frac{2}{1}$ のように、分母が1の分数は、既約

分数であるとして考えます）。

すると、残っている分数たち

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}, \dots$$

$$\frac{1}{5}, \frac{2}{4}, \frac{3}{3}, \frac{4}{2}, \frac{5}{1}, \dots$$

は、既約分数たちであり、すべての正の有理数が1つずつ出てきます。

そこで、 $\frac{1}{1}$ のカードには1、 $\frac{1}{2}$ のカードに

は2、 $\frac{2}{1}$ のカードには3、…と、ここに並

べられている順に、お客さんのもっている有理数のカードに1, 2, 3, 4, …という自然数を書いていきます。

こうして、新しくきたすべてのお客さんは、自然数のカードをもっている状態になったので、1, 2, 3, 4, …のカードを持つお客さんをそれぞれ1, 2, 3, 4, …号室に入れることで、すべてのお客さんを宿泊させることができます。