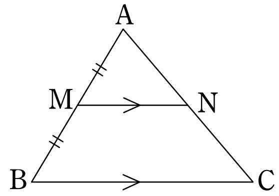
中1数学A　2学期　平行線と比　テキスト本問解答
§1　中点連結定理

※　欠席してしまった場合は、問 1.1～問 1.3 を自分で確認し、p8,9 の宿題に取り組んで提出してください。余裕があれば全問解きましょう。

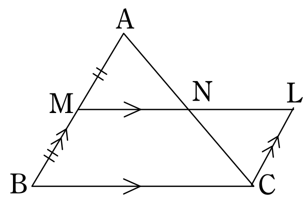
問1.1

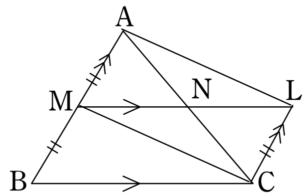
［仮定］
AM = BM ……………………………………………①
MN // BC ……………………………………………②



［結論］
AN = CN
$MN = \frac{1}{2}BC$

［証明］
MN の N 側の延長上に
LC // AB ……………………………………………③
となるように点 L をとる。
②③より、
BCLM は平行四辺形 ……………………………④
④より、ML = BC ……………………………⑤
④より、BM = CL ……………………………⑥
①⑥より、AM = CL …………………………⑦
③⑦より、1 組の向かい合う辺が平行かつ等しいので、
AMCL は平行四辺形 ……………………………⑧
⑧より、結論の一つである AN = CN は示せた。
また、⑧より、MN = NL …………………⑨
⑨より、$MN = \frac{1}{2}ML$ …………………………⑩
⑤⑩より、もう一つの結論 $MN = \frac{1}{2}BC$ も示せた。





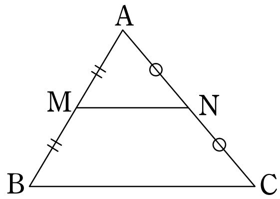
(q.e.d.)

問1.2

［仮定］

$AM = BM$ ………………………………………………①

$AN = NC$ ………………………………………………②



［結論］

$MN \,/\!/\, BC$

$MN = \frac{1}{2}BC$

［証明］

AC 上に

$MK \,/\!/\, BC$ ………………………………………………③

となるような点 K をとる。

すると、中点連結定理（その 1）より、

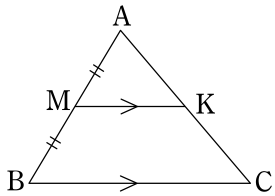
$AK = KC$ ………………………………………………④

となるが、②④より N と K は一致している。

よって③より、$MN \,/\!/\, BC$ は示せた。

再び中点連結定理（その 1）を用いれば、

もう一つの結論 $MN = \frac{1}{2}BC$ も示せる。



(q.e.d.)

問1.3

(1) $\triangle$ABC において、

$\mathrm{AM} = \mathrm{MB},\ \mathrm{MN} \,/\!/\, \mathrm{BC}$

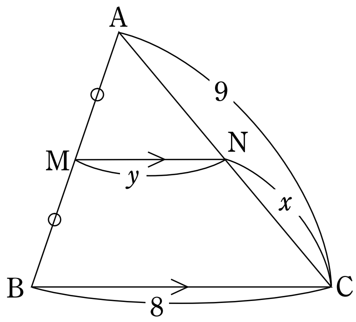
なので、中点連結定理より、

・ $\mathrm{AN} = \mathrm{NC}$

$\therefore\ x = \mathrm{NC} = \dfrac{1}{2}\mathrm{AC} = \dfrac{1}{2} \times 9 = \boxed{\dfrac{9}{2}}$

・ $\mathrm{MN} = \dfrac{1}{2}\mathrm{BC}$

$\therefore\ y = \mathrm{MN} = \dfrac{1}{2} \times 8 = \boxed{4}$



(2) AC と MN の交点を P とおく。

$\triangle$ABC において、

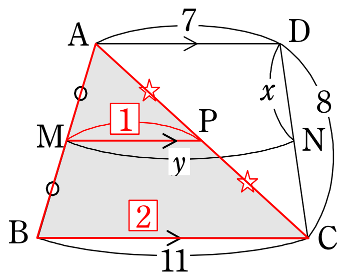
$\mathrm{AM} = \mathrm{MB},\ \mathrm{MP} \,/\!/\, \mathrm{BC}$

なので、中点連結定理より、

・ $\mathrm{AP} = \mathrm{PC}$

・ $\mathrm{MP} = \dfrac{1}{2}\mathrm{BC}$

$\therefore\ \mathrm{MP} = \dfrac{1}{2} \times 11 = \dfrac{11}{2}$



$\triangle$ACD において、

$\mathrm{AP} = \mathrm{PC},\ \mathrm{PN} \,/\!/\, \mathrm{AD}$

なので、中点連結定理より、

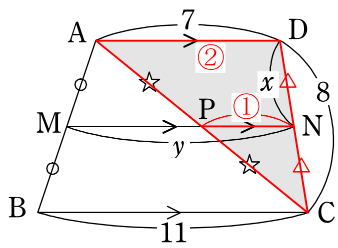
・ $\mathrm{DN} = \mathrm{NC}$

$\therefore\ x = \mathrm{DN} = \dfrac{1}{2}\mathrm{DC} = \dfrac{1}{2} \times 8 = \boxed{4}$

・ $\mathrm{PN} = \dfrac{1}{2}\mathrm{AD}$

$\therefore\ \mathrm{PN} = \dfrac{1}{2} \times 7 = \dfrac{7}{2}$

よって、 $y = \mathrm{MP} + \mathrm{PN} = \dfrac{11}{2} + \dfrac{7}{2} = \boxed{9}$



(3)$\triangle$AQC において、

$\mathrm{AP} = \mathrm{PQ},\ \mathrm{PM} \,/\!/\, \mathrm{QC}$

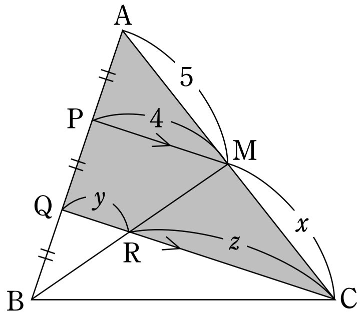
なので、中点連結定理より、

・ $\mathrm{AM} = \mathrm{MC}$

$\therefore\ x = \mathrm{MC} = \mathrm{AM} = \boxed{5}$

・ $\mathrm{PM} = \dfrac{1}{2}\mathrm{QC}$

$\therefore\ \mathrm{QC} = 2\,\mathrm{PM} = 2 \times 4 = 8$



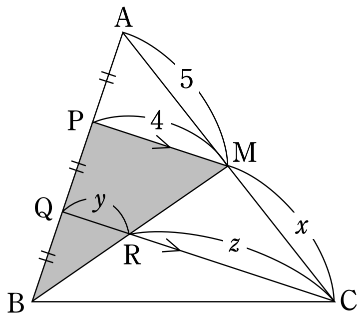
$\triangle$BPM において、

$\mathrm{BQ} = \mathrm{QP},\ \mathrm{QR} \,/\!/\, \mathrm{PM}$

なので、中点連結定理より、

・ $\mathrm{QR} = \dfrac{1}{2}\mathrm{PM}$

$\therefore\ y = \mathrm{QR} = \dfrac{1}{2}\mathrm{PM} = \dfrac{1}{2} \times 4 = \boxed{2}$



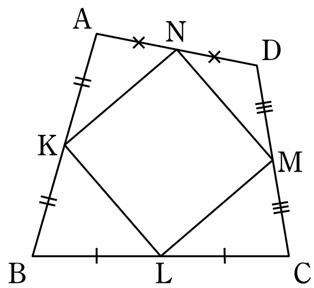
よって、

$z = \mathrm{RC} = \mathrm{QC} - \mathrm{QR} = 8 - 2 = \boxed{6}$

問1.4

［仮定］

AK = KB ……………………………… ①
BL = LC ……………………………… ②
CM = MD ……………………………… ③
DN = NA ……………………………… ④

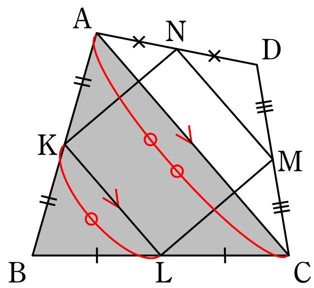


［結論］

KLMN は平行四辺形

［方針］

折れ線と 2 つの線分の中点がある場面では、中点連結定理が適用できることに注目しましょう。



［証明］

△BAC において、

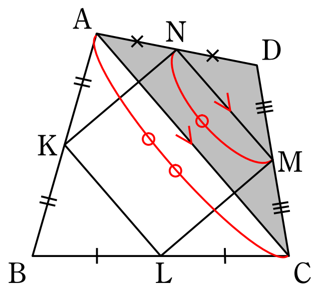
①②より、$\begin{cases} KL \parallel AC & \cdots\cdots ⑤ \\ KL = \dfrac{1}{2}AC & \cdots\cdots ⑥ \end{cases}$

（中点連結定理）

△DAC において、

③④より、$\begin{cases} NM \parallel AC & \cdots\cdots ⑦ \\ NM = \dfrac{1}{2}AC & \cdots\cdots ⑧ \end{cases}$

（中点連結定理）



⑤⑦より、　KL // NM ……………………… ⑨
⑥⑧より、　KL = NM ……………………… ⑩
⑨⑩より、1 組の向かい合う辺が平行かつ等しいので
KLMN は平行四辺形

(q.e.d.)

問1.5

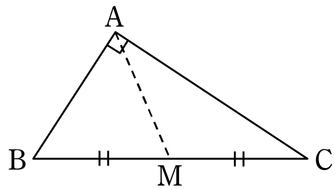
［仮定］

BM＝CM ……………………………………………… ①

∠BAC＝90° ………………………………………… ②

［結論］

AM＝BM (＝CM)



長方形の半分なのだから、当然の結果です。証明でも長方形を作ってしまいましょう。

［証明］

AM の M 側の延長上に

AM＝MD ………………………………… ③

となる点 D を取ると、①③より、対角線が中点で交わるので

ABDC は平行四辺形 ………………… ④

であり、さらに②④より

ABDC は長方形 ……………………… ⑤

（1 つの内角が 90° の平行四辺形は長方形）

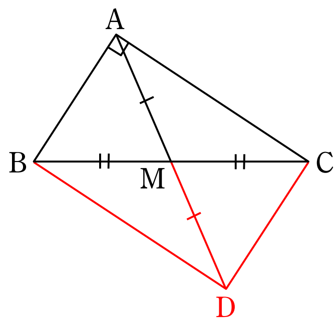
⑤より　AD＝BC ………………………………… ⑥

（長方形の対角線は等しい）

よって、　$AM = \frac{1}{2}AD$　（③より）

$= \frac{1}{2}BC$　（⑥より）

＝BM　（①より）　(q.e.d.)



なお、次のように中点連結定理を用いて証明することもできます。

［証明］

BA の中点を N とする：

BN＝NA ……………………………………… ⑦

△BCA において

①⑦より　MN // CA　（中点連結定理）……………… ⑧

⑧より　∠BNM＝∠BAC　（同位角定理）………. ⑨

②⑨より　MN ⊥ BA ……………………………………… ⑩

△MBA において

⑦⑩より、M から AB への中線と垂線が一致するので

AM＝BM　(q.e.d.)