

中1数学A 2学期 平行線と比 テキスト本問解答

§3 平行線と比の定理2

※ 欠席してしまった場合は、問 3.1 ～ 問 3.3 を自分で確認し、p21 の宿題に取り組んで提出してください。余裕があれば全問解きましょう。

問3.1

D を通り、AK に平行な直線を引き、FK との交点を L とする。すなわち、

DL // AK ①

①より $LK : FK = AD : AF$
(平行線と比の定理その 1) ②

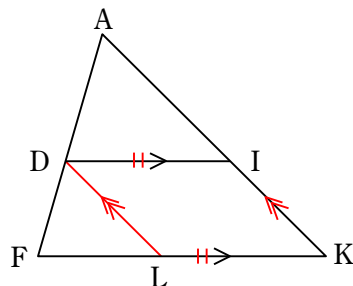
また、DI // FK

であることと①より、2 組の向かい合う辺が平行なので、

DIKL は平行四辺形 ③

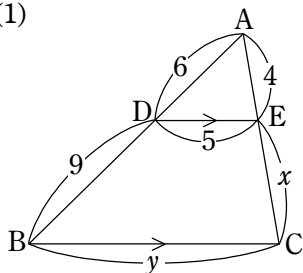
③より $LK = DI$ ④

②,④より $DI : FK = AD : AF = \boxed{3:5}$ (q.e.d.)



問3.2

(1)



BC // DE より、

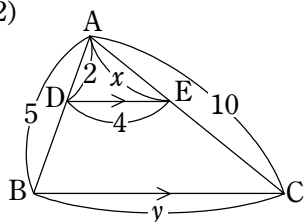
AD : DB = AE : EC (平行線と比の定理)

$$\cancel{6}^2 : \cancel{9}^3 = 4 : x \quad \therefore \boxed{x = 6}$$

AD : AB = DE : BC (平行線と比の定理)

$$\cancel{6}^2 : \cancel{15}^5 = 5 : y \quad \therefore \boxed{y = \frac{25}{2}}$$

(2)



BC // DE より、

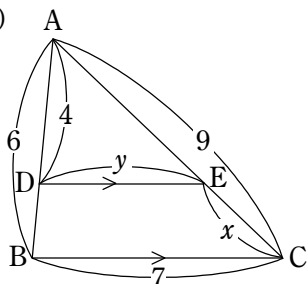
AD : AB = AE : AC (平行線と比の定理)

$$2 : 5 = x : 10 \quad \therefore \boxed{x = 4}$$

AD : AB = DE : BC (平行線と比の定理)

$$2 : 5 = 4 : y \quad \therefore \boxed{y = 10}$$

(3)



BC // DE より、

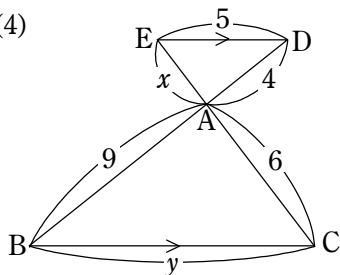
AD : DB = AC : EC (平行線と比の定理)

$$\cancel{6}^3 : \cancel{4}^1 = 9 : x \quad \therefore \boxed{x = 3}$$

AD : AB = DE : BC (平行線と比の定理)

$$\cancel{4}^2 : \cancel{10}^3 = y : 7 \quad \therefore \boxed{y = \frac{14}{3}}$$

(4)



BC // DE より、

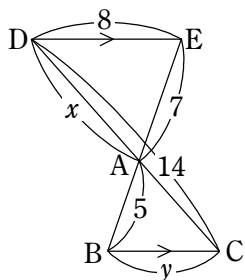
EA : AC = DA : AB (平行線と比の定理)

$$x : 6 = 4 : 9 \quad \therefore \boxed{x = \frac{8}{3}}$$

DA : AB = DE : BC (平行線と比の定理)

$$4 : 9 = 5 : y \quad \therefore \boxed{y = \frac{45}{4}}$$

(5)



BC // DE より、

DA : DC = EA : EB (平行線と比の定理)

$$x : 14 = 7 : (7+5) \quad \therefore \boxed{x = \frac{49}{6}}$$

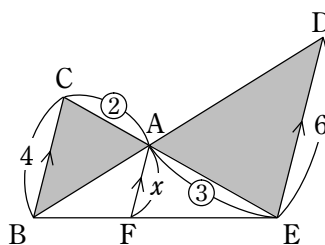
EA : AB = DE : BC (平行線と比の定理)

$$7 : 5 = 8 : y \quad \therefore \boxed{y = \frac{40}{7}}$$

(6)

BC // DE なので、平行線と比の定理より

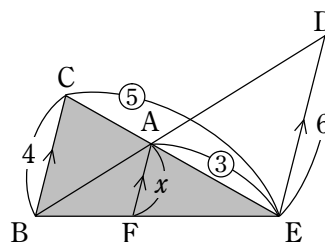
$$AC : AE = BC : DE = 4 : 6 = 2 : 3$$



BC // FA なので、平行線と比の定理より

$$FA : BC = EA : EC$$

$$x : 4 = 3 : 5 \quad \therefore x = 4 \times \frac{3}{5} = \boxed{\frac{12}{5}}$$



問3.3

- (1) 直線 AB と直線 DP の交点を S とする。
AS // DQ なので、平行線と比の定理より

$$AR : RQ = AS : DQ \cdots \cdots \textcircled{1}$$

DQ = k とおくと、

$$AB = DC = DQ + QC = k + k = 2k$$

である。

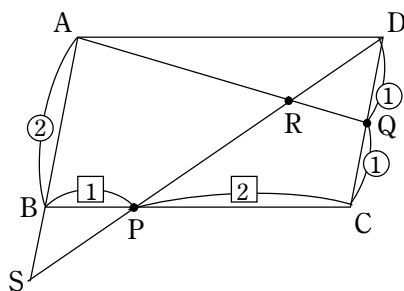
また、BS // DC なので、平行線と比の定理より、

$$BS : DC = BP : CP = 1 : 2$$

$$\therefore BS = DC \times \frac{1}{2} = 2k \times \frac{1}{2} = k$$

したがって、①より、

$$\begin{aligned} AR : RQ &= (AB + BS) : DQ \\ &= (2k + k) : k = 3k : k = \boxed{3 : 1} \end{aligned}$$



- (2) 同様に、直線 BC と直線 AQ の交点を T とすると、AD // PT なので、
平行線と比の定理より、

$$DR : RP = AD : PT \cdots \cdots \textcircled{2}$$

BP = l とおくと、

$$AD = BC = BP + PC = l + 2l = 3l$$

である。

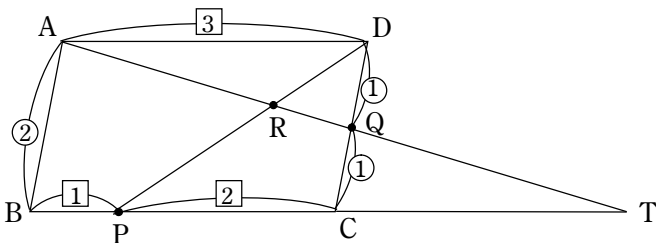
また、AD // CT なので、平行線と比の定理より、

$$AD : CT = DQ : QC = 1 : 1$$

$$\therefore CT = AD = 3l$$

したがって、②より、

$$\begin{aligned} DR : RP &= AD : (PC + CT) \\ &= 3l : (2l + 3l) = 3l : 5l = \boxed{3 : 5} \end{aligned}$$



問3.4

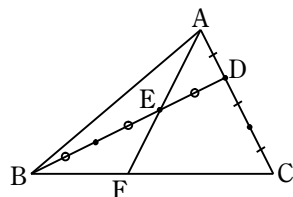
[仮定]

$$AD:DC=1:2 \dots\dots\dots ①$$

$$BE:ED=2:1 \dots\dots\dots ②$$

[結論]

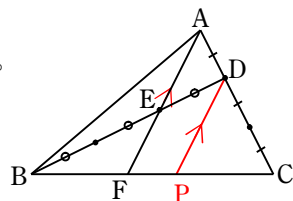
$$3BF=2FC$$



[証明]

点 D から AF に平行な直線を引き、辺 BC との交点を P とおく。

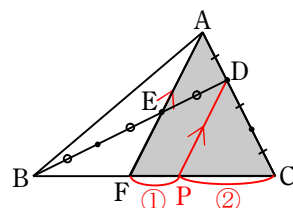
すなわち、 $AF \parallel DP \dots\dots\dots ③$



すると、 $\triangle CAF$ において、

$$③ \text{より、} FP:PC=AD:DC \text{ (平行線と比の定理)} \dots\dots ④$$

$$①④ \text{より、} FP:PC=1:2 \dots\dots\dots ⑤$$

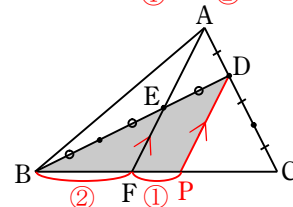


また、 $\triangle BDP$ において、

③より、 $EF \parallel DP$ なので、

$$BF:FP=BE:ED \text{ (平行線と比の定理)} \dots\dots ⑥$$

$$②⑥ \text{より、} BF:FP=2:1 \dots\dots\dots ⑦$$



$$⑤⑦ \text{より、} BF:FP:PC=2:1:2$$

$$\therefore BF:FC=BF:(FP+PC)=2:(1+2)=2:3$$

$$\text{よって、} 3BF=2FC \quad (\text{q.e.d.})$$

問3.5

たとえば次のような証明が可能です。
 (他にも色々と方針を考えてみましょう)

C を通り、 l に平行な直線と AB の交点を D とおくと、
 平行線と比の定理より、

$$\frac{PC}{BP} = \frac{RD}{BR}, \quad \frac{QA}{CQ} = \frac{RA}{DR}$$

よって、

$$\frac{RB}{AR} \times \frac{PC}{BP} \times \frac{QA}{CQ} = \frac{\cancel{RB}}{\cancel{AR}} \times \frac{RD}{\cancel{BR}} \times \frac{\cancel{RA}}{\cancel{DR}} = 1$$

(q.e.d.)

