

中1数学B 2学期 平行線と比 テキスト本問解答

§1 中点連結定理

※ 欠席してしまった場合は、問 1.1～問 1.3 を自分で確認し、p8,9 の宿題に取り組んで提出してください。余裕があれば全問解きましょう。

問1.1

[仮定]

$AM = BM$ ①

$MN \parallel BC$ ②

[結論]

$AN = CN$

$MN = \frac{1}{2}BC$

[証明]

MN の N 側の延長上に

$LC \parallel AB$ ③

となるように点 L をとる。

②③より、

$BCLM$ は平行四辺形 ④

④より、 $ML = BC$ ⑤

④より、 $BM = CL$ ⑥

①⑥より、 $AM = CL$ ⑦

③⑦より、1組の向かい合う辺が平行かつ等しいので、

$AMCL$ は平行四辺形 ⑧

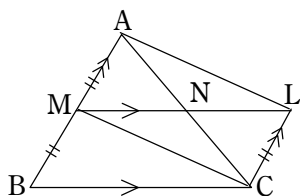
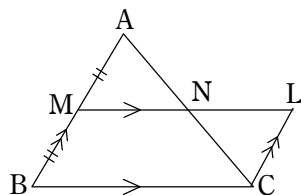
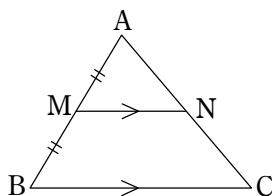
⑧より、結論の一つである $AN = CN$ は示せた。

また、⑧より、 $MN = NL$ ⑨

⑨より、 $MN = \frac{1}{2}ML$ ⑩

⑤⑩より、もう一つの結論 $MN = \frac{1}{2}BC$ も示せた。

(q.e.d.)



問1.2

[仮定]

$$AM = BM \quad \dots\dots\dots ①$$

$$AN = NC \quad \dots\dots\dots ②$$

[結論]

$$MN \parallel BC$$

$$MN = \frac{1}{2}BC$$

[証明]

AC 上に

$$MK \parallel BC \quad \dots\dots\dots ③$$

となるような点 K をとる。

すると、中点連結定理（その 1）より、

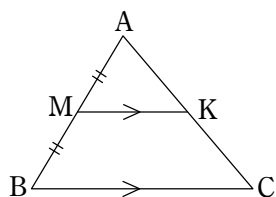
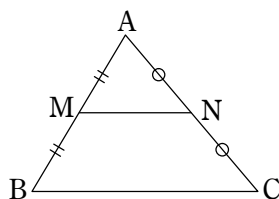
$$AK = KC \quad \dots\dots\dots ④$$

となるが、②④より N と K は一致している。

よって③より、 $MN \parallel BC$ は示せた。

再び中点連結定理（その 1）を用いれば、

もう一つの結論 $MN = \frac{1}{2}BC$ も示せる。



(q.e.d.)

問1.3

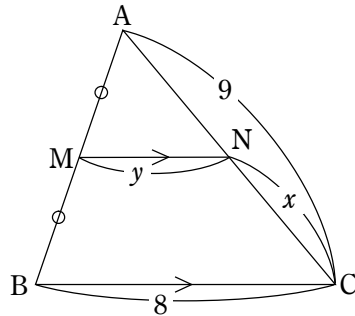
- (1) $\triangle ABC$ において、
 $AM = MB, MN \parallel BC$
 なので、中点連結定理より、

- $AN = NC$

$$\therefore x = NC = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 9 = \boxed{\frac{9}{2}}$$

- $MN = \frac{1}{2} BC$

$$\therefore y = MN = \frac{1}{2} \times 8 = \boxed{4}$$



- (2) AC と MN の交点を P とおく。

$\triangle ABC$ において、
 $AM = MB, MP \parallel BC$
 なので、中点連結定理より、

- $AP = PC$

- $MP = \frac{1}{2} BC$

$$\therefore MP = \frac{1}{2} \times 11 = \frac{11}{2}$$

$\triangle ACD$ において、

$$AP = PC, PN \parallel AD$$

なので、中点連結定理より、

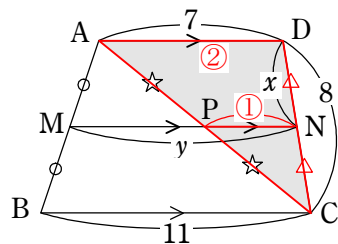
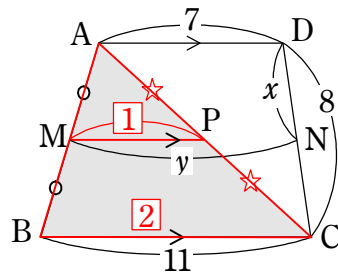
- $DN = NC$

$$\therefore x = DN = \frac{1}{2} DC = \frac{1}{2} \times 8 = \boxed{4}$$

- $PN = \frac{1}{2} AD$

$$\therefore PN = \frac{1}{2} \times 7 = \frac{7}{2}$$

$$\text{よって、} y = MP + PN = \frac{11}{2} + \frac{7}{2} = \boxed{9}$$



(3) $\triangle AQC$ において、

$$AP = PQ, PM \parallel QC$$

なので、中点連結定理より、

$$\bullet AM = MC$$

$$\therefore x = MC = AM = \boxed{5}$$

$$\bullet PM = \frac{1}{2} QC$$

$$\therefore QC = 2 PM = 2 \times 4 = 8$$

$\triangle BPM$ において、

$$BQ = QP, QR \parallel PM$$

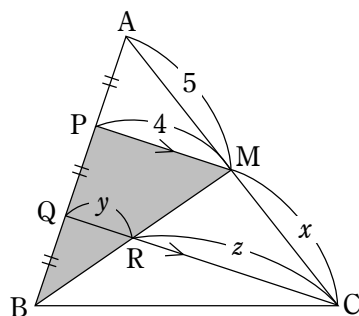
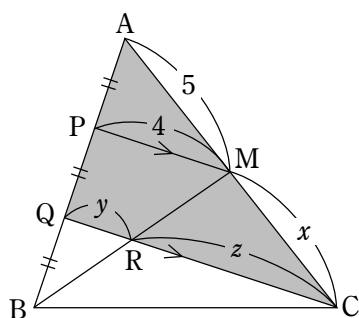
なので、中点連結定理より、

$$\bullet QR = \frac{1}{2} PM$$

$$\therefore y = QR = \frac{1}{2} PM = \frac{1}{2} \times 4 = \boxed{2}$$

よって、

$$z = RC = QC - QR = 8 - 2 = \boxed{6}$$



問1.4

[仮定]

$AK = KB$ ①

$BL = LC$ ②

$CM = MD$ ③

$DN = NA$ ④

[結論]

KLMN は平行四辺形

[方針]

折れ線と2つの線分の中点がある場面では、中点連結定理が適用できることに注目しましょう。

[証明]

$\triangle BAC$ において、

①②より、 $\begin{cases} KL \parallel AC & \text{..... ⑤} \\ KL = \frac{1}{2} AC & \text{..... ⑥} \end{cases}$

(中点連結定理)

$\triangle DAC$ において、

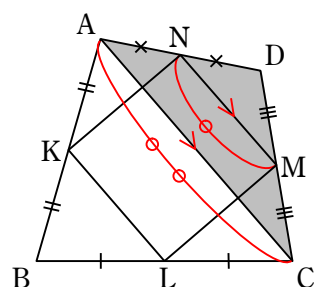
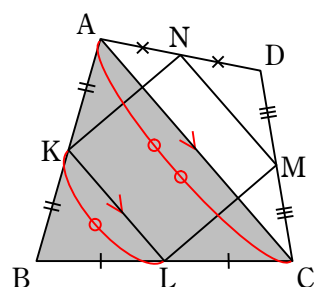
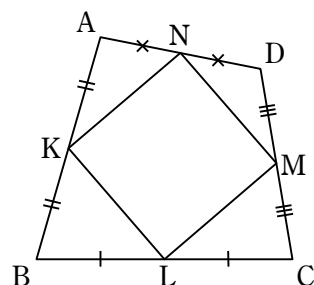
③④より、 $\begin{cases} NM \parallel AC & \text{..... ⑦} \\ NM = \frac{1}{2} AC & \text{..... ⑧} \end{cases}$

(中点連結定理)

⑤⑦より、 $KL \parallel NM$ ⑨

⑥⑧より、 $KL = NM$ ⑩

⑨⑩より、1組の向かい合う辺が平行かつ等しいので
KLMN は平行四辺形



(q.e.d.)

問1.5

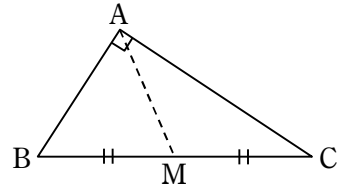
[仮定]

$BM = CM$ ①

$\angle BAC = 90^\circ$ ②

[結論]

$AM = BM (= CM)$



長方形の半分なのだから、当然の結果です。証明でも長方形を作ってしまうでしょう。

[証明]

AM の M 側の延長上に

$AM = MD$ ③

となる点 D を取ると、①③より、対角線が中点で交わるので

ABDC は平行四辺形 ④

であり、さらに②④より

ABDC は長方形 ⑤

(1 つの内角が 90° の平行四辺形は長方形)

⑤より $AD = BC$ ⑥

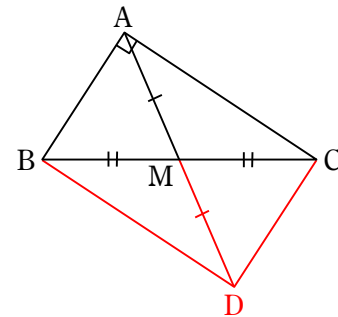
(長方形の対角線は等しい)

よって、 $AM = \frac{1}{2}AD$ (③より)

$$= \frac{1}{2}BC \text{ (⑥より)}$$

$$= BM \text{ (①より)}$$

(q.e.d.)



なお、次のように中点連結定理を用いて証明することもできます。

[証明]

BA の中点を N とする：

$BN = NA$ ⑦

△BCA において

①⑦より $MN \parallel CA$ (中点連結定理) ⑧

⑧より $\angle BNM = \angle BAC$ (同位角定理) ⑨

②⑨より $MN \perp BA$ ⑩

△MBA において

⑦⑩より、M から AB への中線と垂線が一致するので

$$AM = BM$$

(q.e.d.)

