中１数学B　2学期　平行線と比　テキスト本問解答
§４　角の二等分線と比の定理

※　欠席してしまった場合は、問 4.1, 問 4.2 を自分で確認し、p26,27 の宿題に取り組んで提出してください。余裕があれば全問解きましょう。

問4.1

(i)

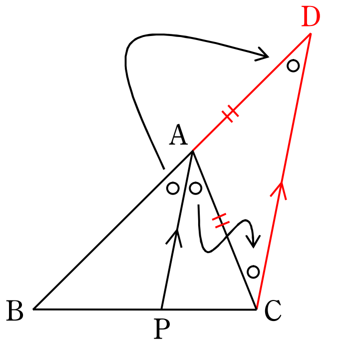
［仮定］

$\angle BAP = \angle CAP$ ....①

［結論］

$AB : AC = BP : CP$

［証明］



C を通り AP に平行な直線と AB の交点を D とする。

すなわち、　$AP \mathbin{//} DC$ ....②

すると　　$\angle ADC = \angle BAP$ （②より同位角定理）

$= \angle CAP$ （①）

$= \angle ACD$ （②より錯角定理）

∴　$\angle ADC = \angle ACD$ ....③

③より　　$AC = AD$ （底角定理） ....④

よって、　$AB : AC = AB : AD$ （④より）

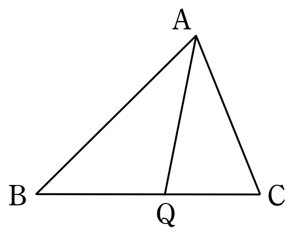
$= BP : CP$ （②より平行線と比の定理）　(q.e.d.)

(注)　他にもさまざまな方針が考えられます。

(ii)

［仮定］

$AB : AC = BQ : CQ$ ....①



［結論］

$\angle BAQ = \angle CAQ$

［証明］

$\angle BAC$ の二等分線を引き、辺 BC との交点を P とする。

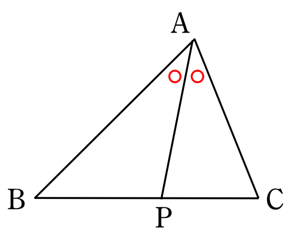
すると、(i)より　$AB : AC = BP : CP$ ·········· ②

①②より、$BQ : CQ = BP : CP$ ···················· ③

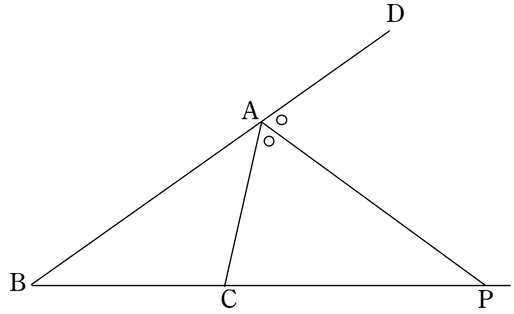
③より、点 Q は点 P と一致するので、

AQ は$\angle BAC$ の二等分線である。

よって、$\angle BAQ = \angle CAQ$　　　(q.e.d.)



問4.2



［仮定］

$\angle CAP = \angle DAP$ ………………………………………①

［結論］

$AB : AC = BP : CP$

［証明］

C を通り AP に平行な直線と AB の交点を E とする。すなわち、

$AP \parallel EC$ ……………………………………………②

すると

$\angle AEC = \angle DAP$ （②より同位角定理）

$= \angle CAP$ （①）

$= \angle ACE$ （②より錯角定理）

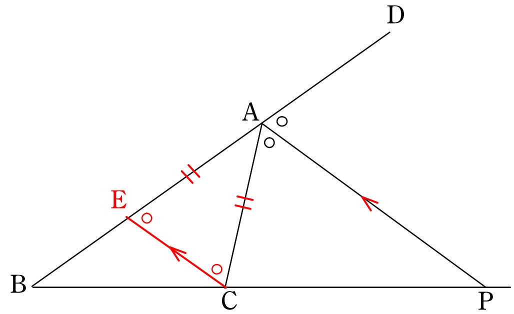
$\therefore \angle AEC = \angle ACE$ ……………………………③

③より　$AC = AE$ （底角定理） ……………④

よって、

$AB : AC = AB : AE$ （④より）

$= BP : CP$ （②より平行線と比の定理）　　　(q.e.d.)

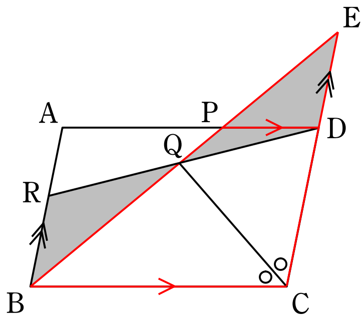


(注)　図の見た目は異なりますが、問 4.1(i)とまったく同じ証明ですね。

問4.3

［仮定］
ABCD は平行四辺形 ....①
∠BCQ＝∠DCQ ....②

［結論］
DP＝BR



DP と BR は平行線と比の定理を使っても直接比を取れるような位置関係にありません。
そこで、両方の線分と比を取れるような線分を探してみると……

［証明］
①より PD // BC なので、　DP : DE＝CB : CE　（平行線と比の定理） ....③
②より、　CB : CE＝QB : QE　（角の 2 等分線と比の定理） ....④
①より BR // DE なので、　QB : QE＝BR : DE　（平行線と比の定理） ....⑤
③④⑤より、DP : DE＝BR : DE　∴　DP＝BR　(q.e.d.)