

中1数学B 2学期 平行線と比 テキスト本問解答

§4 角の二等分線と比の定理

※ 欠席してしまった場合は、問4.1, 問4.2を自分で確認し、p26,27の宿題に取り組んで提出してください。余裕があれば全問解きましょう。

問4.1

(i)

[仮定]

[結論]

$$AB : AC = BP : CP$$

[証明]

C を通り AP に平行な直線と AB の交点を D とする。 B

すなわち、 AP // DC ②

すると $\angle ADC = \angle BAP$ (②より同位角定理)

$\Rightarrow \angle \text{CAP}$ ((1))

$\Rightarrow \angle ACD$ (②より錯角定理)

③より

$$\text{よって, } AB : AC = AB : AD \quad (\text{④より})$$

$= BP : CP$ (②より平行線と比の定理) (q.e.d.)

(注) 他にもさまざまな方針が考えられます。

(ii)

[仮定]

「結論」

$$\angle BAQ = \angle CAQ$$

「證明」

$\angle BAC$ の二等分線を引き、辺 BC との交点を P とする。

①②より、BQ: CQ ≡ BP: CP ③

③より、 卓O は卓Pと一致するので

より、点 P は点 A と一致する。

よつて $\angle BAO = \angle CAO$

The image contains two geometric diagrams. The top diagram shows a triangle ABC with vertex P on base BC. A line segment AP is drawn. A point D is located on the ray AC. A line segment CD is drawn, intersecting the ray AP at point Q. Several red markings are present: a curved arrow at the top left; a red 'X' at the intersection of ray AP and line segment CD; a red 'X' at the intersection of ray AP and line segment AD; and two small circles at the intersection of ray AP and line segment CD. The bottom diagram shows a triangle ABC with vertex P on base BC. A line segment AP is drawn. A point D is located on the ray AC. A line segment CD is drawn, intersecting the ray AP at point Q. Two small red circles are at the intersection of ray AP and line segment CD.

問4.2

「仮定」

[結論]

$$AB : AC = BP : CP$$

[証明]

C を通り AP に平行な直線と AB の交点を E とする。すなわち、

AP // EC ②

すると

$$\angle AEC = \angle DAP \quad (\text{②より 同位角定理})$$

$\equiv \angle \text{CAP}$ (①)

$\equiv \angle ACE$ (②より錯角定理)

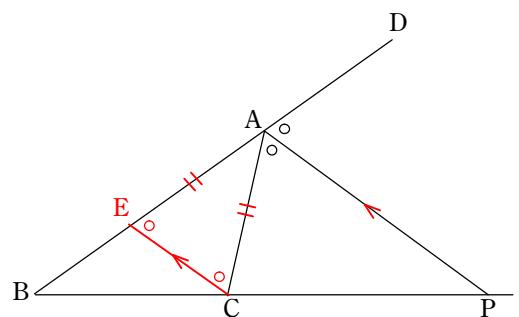
$$\therefore \angle AEC \equiv \angle ACE \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

③より $AC \equiv AE$ (底角定理) ④

よって、

$$AB : AC \equiv AB : AE \quad (\textcircled{4} \text{ より})$$

$\equiv BP : CP$ (②より平行線と比の定理)



(注) 図の見た目は異なりますが、問 4.1(i)とまったく同じ証明ですね。

問4.3

[仮定]
 ABCD は平行四辺形 ①
 $\angle BCQ = \angle DCQ$ ②

[結論]
DP = BR

DP と BR は平行線と比の定理を使っても直接比を取れるような位置関係にありません。そこで、両方の線分と比を取れるような線分を探してみると……

[証明]

- ①より $PD \parallel BC$ なので、 $DP : DE = CB : CE$ (平行線と比の定理) ③
- ②より、 $CB : CE = QB : QE$ (角の 2 等分線と比の定理) ④
- ①より $BR \parallel DE$ なので、 $QB : QE = BR : DE$ (平行線と比の定理) ⑤
- ③④⑤より、 $DP : DE = BR : DE \quad \therefore DP = BR$ (q.e.d.)