

中1数学A 相似、面積比、確率 テキスト本問解答

§9 相似な図形を探せ2

※ 欠席してしまった場合は、問9.1, 問9.2 を自分で確認し、p24,25 の宿題に取り組んで提出してください。余裕があれば全問解きましょう。

問9.1

[仮定] $\angle ACB = 90^\circ \dots\dots ①$

$AB \perp DE \dots\dots ②$

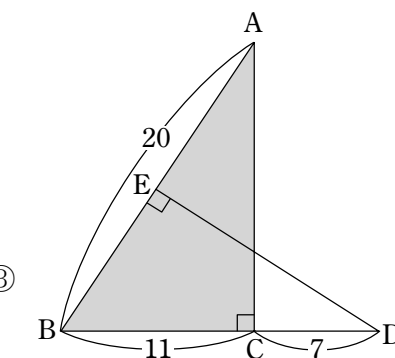
(1) [結論] $\triangle ABC \sim \triangle DBE$

[証明] $\triangle ABC$ と $\triangle DBE$ において、

①②より、 $\angle ACB = \angle DEB (= 90^\circ) \dots\dots ③$

また、 $\angle ABC = \angle DBE$ (共通) $\dots\dots ④$

③④より、 $\triangle ABC \sim \triangle DBE$ (二角相等) $\dots\dots ⑤$

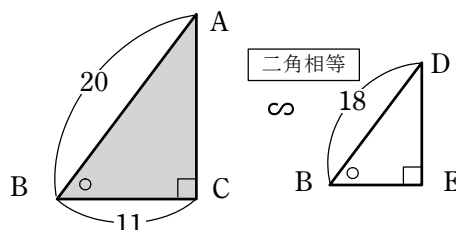


(q.e.d.)

⑤より、 $AB : DB = BC : BE$ (対応辺の比)

$$20 : (11 + 7) = 11 : BE$$

$$\begin{aligned} BE &= 11 \times \frac{18}{20} \\ &= \frac{99}{10} \end{aligned}$$



(2) [結論] $\triangle BCE \sim \triangle BAD$

[証明] $\triangle BCE$ と $\triangle BAD$ において、

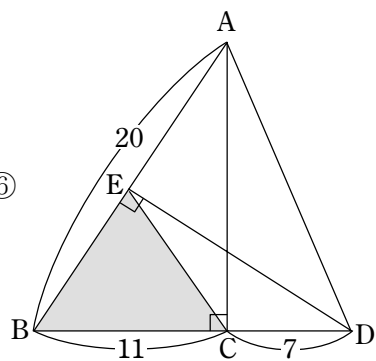
$$BC : BA = 11 : 20 \quad \dots\dots ⑥$$

$$BE : BD = \frac{99}{10} : (11 + 7) = 99 : 180 = 11 : 20 \quad \dots\dots ⑦$$

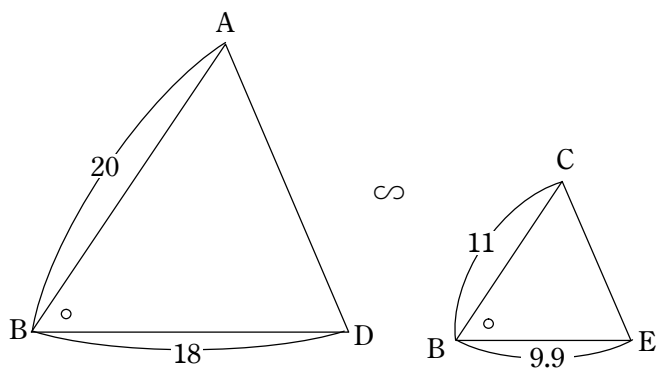
$$⑥⑦より、BC : BA = BE : BD \dots\dots ⑧$$

また、 $\angle CBE = \angle ABD$ (共通).....⑨

⑧⑨より、 $\triangle BCE \sim \triangle BAD$ (二辺比夾角相等)



(q.e.d.)



問9.2

[仮定] $\angle ABC = \angle ADE$ ①

[結論] $\angle ABD = \angle ACE$

結論が成立するならば、 $\angle ABD = \angle ACE$ および $\angle A$ 共通から、 $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ は相似になります。逆にこの相似を示せば、 $\angle ABD = \angle ACE$ が言えます。

$\triangle ABD \sim \triangle ACE$ を示すには、共通である $\angle A$ をはさむ 2 辺の比の等式

$$AB : AC = AD : AE \dots\dots \star$$

が言えれば OK です。☆を目標として考えてみましょう。

[証明]

$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ において、

$$\angle BAC = \angle DAE \text{ (共通) } \dots\dots\dots ②$$

①②より、 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ (二角相等)③

$\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において、

$$③ \text{ より、 } AB : AD = AC : AE \text{ (対応辺の比)}$$

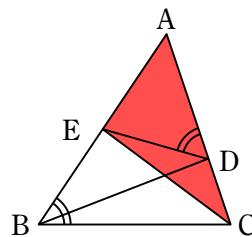
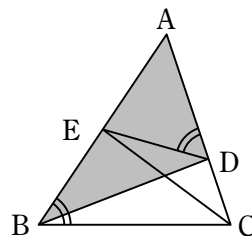
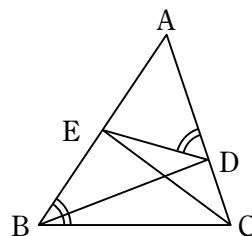
$$\text{すなわち、 } AB : AC = AD : AE \dots\dots\dots ④$$

$$\angle BAD = \angle CAE \text{ (共通) } \dots\dots\dots ⑤$$

④⑤より、 $\triangle ABD \sim \triangle ACE$ (二辺比夾角相等)⑥

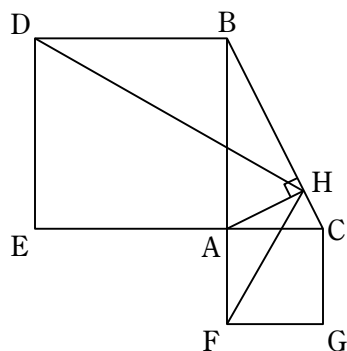
$$⑥ \text{ より、 } \angle ABD = \angle ACE \text{ (対応角)}$$

(q.e.d.)



問9.3

- [仮定] $\angle BAC = 90^\circ$ ①
 $ABDE$ は正方形②
 $AFGC$ は正方形③
 $AH \perp BC$ ④
[結論] $\angle DHF = 90^\circ$



結論が成立するならば、

$$\angle BHD = 90^\circ - \angle DHA = \angle AHF$$

が言えます。

また、①から $\angle ABH = \angle CAH$ がすぐにわかるので、②③と合わせると

$$\angle DBH = \angle FAH \dots\dots \star$$

が言えます。

これらから、 $\triangle DBH$ と $\triangle FAH$ は相似になります。逆にこの相似を示せば、 $\angle DHF = 90^\circ$ が言えます。

$\triangle DBH$ と $\triangle FAH$ について $\star$ が成立つので、 $\triangle DBH \sim \triangle FAH$ を示すには、 $\star$ の角を挟む2辺の比の等式

$$DB : FA = BH : AH \dots\dots \star\star$$

が言えればOKです。 $\star\star$ を目標として考えてみましょう。

[証明]

$\triangle ABH$ と $\triangle CAH$ において、

④より、 $\angle AHB = \angle CHA (= 90^\circ)$ ⑤

また、 $\angle ABH = \angle AHC - \angle BAH$ ($\triangle ABH$ で外角定理)
 $= 90^\circ - \angle BAH$ (④より)
 $= \angle BAC - \angle BAH$ (①より)
 $= \angle CAH$

$$\therefore \angle ABH = \angle CAH \dots\dots \text{⑥}$$

⑤⑥より、 $\triangle ABH \sim \triangle CAH$ (二角相等)⑦

$\triangle DBH$ と $\triangle FAH$ において、

⑦より、 $AB : CA = BH : AH$ (対応辺の比)⑧

$$DB : FA = AB : CA \quad (\text{②③より})$$

$$= BH : AH \quad (\text{⑧})$$

$$\therefore DB : FA = BH : AH \dots\dots \text{⑨}$$

また、 $\angle DBH = \angle DBA + \angle ABH$
 $= 90^\circ + \angle ABH$ (②より)⑩

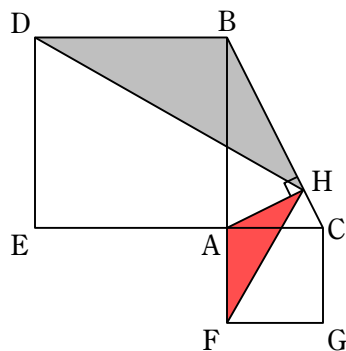
$$\angle FAH = \angle FAC + \angle CAH$$

$$= 90^\circ + \angle CAH \quad (\text{③より}) \dots\dots \text{⑪}$$

⑥⑩⑪より、 $\angle DBH = \angle FAH$ ⑫

⑨⑫より、 $\triangle DBH \sim \triangle FAH$ (二辺比夾角相等)⑬

⑬より、 $\angle DHB = \angle FHA$ (対応角)⑭



$$\begin{aligned}
 \text{よって、} \quad \angle DHF &= \angle DHA + \angle FHA \\
 &= \angle DHA + \angle DHB \quad (\textcircled{14} \text{より}) \\
 &= \angle AHB \\
 &= 90^\circ \quad (\textcircled{4} \text{より}) \qquad \qquad \qquad (\text{q.e.d.})
 \end{aligned}$$