中1数学B　相似、面積比、確率　テキスト本問解答
§12　じゃんけんの確率

※　欠席してしまった場合は、問 12.1～問 12.3 を自分で確認しましょう。

問12.1
サイコロを 2 つ振るときの素事象は、

$$(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),\underline{(1,5)},\underline{(1,6)},$$
$$(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),\underline{(2,5)},\underline{(2,6)},$$
$$(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),\underline{(3,5)},\underline{(3,6)},$$
$$(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),\underline{(4,5)},\underline{(4,6)},$$
$$\underline{(5,1)},\underline{(5,2)},\underline{(5,3)},\underline{(5,4)},\underline{(5,5)},\underline{(5,6)},$$
$$\underline{(6,1)},\underline{(6,2)},\underline{(6,3)},\underline{(6,4)},\underline{(6,5)},\underline{(6,6)}$$

の 36 通りで、どの目も同じように出るサイコロを振っているので、
この 36 通りの各場合の起こりやすさが同じになる。

(1)　事象 A に含まれる素事象は上の 36 通りのうち、下線を引いた 20 通りである。

(2)　A の余事象は「出る目の両方ともが 4 以下（1 から 4 のどれか）である」になる。
従って、A の余事象に含まれる素事象は $4\times4=16$ 通り（上の 36 通りのうち下線を引いていないもの）なので、A の余事象が起こる確率は $p=\dfrac{16}{36}=\boxed{\dfrac{4}{9}}$

(3)　A が起こる確率 q は、(1)の結果から $q=\dfrac{20}{36}=\boxed{\dfrac{5}{9}}$ と求めることができる。

※ここで、$q=1-p$ が成り立っていることに注目しよう。
事象 A に含まれる素事象と A の余事象に含まれる素事象をあわせると
全事象になるので、事象 A に含まれる素事象の個数は、
(すべての素事象の個数)－(A の余事象に含まれる素事象の個数)
で表せる。したがって、

$q=\dfrac{36-16}{36}=\dfrac{36}{36}-\dfrac{16}{36}=1-p$ が成り立つのである。

これは一般に成り立つ。

(4)　B の余事象は「出る目の積が 2 以下である」となり、含まれる素事象は
$\underbrace{(1,1)}_{\text{積が1}},\underbrace{(1,2),(2,1)}_{\text{積が2}}$ の 3 通りである。よって、B の余事象が起こる確率は $\dfrac{3}{36}=\dfrac{1}{12}$
であり、B が起こる確率は $r=1-\dfrac{1}{12}=\boxed{\dfrac{11}{12}}$

問12.2

サイコロを2つ振るときの素事象は、

$$(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),$$
$$(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),$$
$$(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6),$$
$$(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6),$$
$$(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),$$
$$(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)$$

の36通りで、どの目も同じように出るサイコロを振っているので、
この36通りの各場合の起こりやすさが同じになる。

(1) 「出た目の和が10以下になる」という事象をAとすると、
Aの余事象は「出た目の和が11以上になる」で、含まれる素事象が
$\underbrace{(6,6)}_{\text{和が12}},\underbrace{(5,6),(6,5)}_{\text{和が11}}$の3通りであることから、Aの余事象が起こる確率は$\dfrac{3}{36}=\dfrac{1}{12}$
よって、Aが起こる確率は$p=1-\dfrac{1}{12}=\boxed{\dfrac{11}{12}}$

(2) 「少なくとも1つの目が3以上である」という事象をBとすると、
Bの余事象は「2つの目が両方とも2以下（1か2）である」で、含まれる素事象が
$2\times2=4$通りであることから、Bの余事象が起こる確率は$\dfrac{4}{36}=\dfrac{1}{9}$
よって、Bが起こる確率は$q=1-\dfrac{1}{9}=\boxed{\dfrac{8}{9}}$

問12.3

サイコロを2つ振るときの素事象は$6\times 6=36$通りで、どの目も同じように出るサイコロを振っているので、この36通りの各場合の起こりやすさが同じになる。
「出る目の積が4以上である」という事象をAとすると、Aの余事象は「出る目の積が3以下である」となり、含まれる素事象は$\underbrace{(1,1)}_{積が1},\underbrace{(1,2),(2,1)}_{積が2},\underbrace{(1,3),(3,1)}_{積が3}$の5通りである。

よって、Aの余事象が起こる確率は$\dfrac{5}{36}$であり、Aが起こる確率は$p=1-\dfrac{5}{36}=\dfrac{31}{36}$
一方で、コインを4枚投げるときの素事象は、1枚ごとに表か裏の2通りなので、$2\times 2\times 2\times 2=16$通りであり、表と裏が同じように出るコインなので、この16通りの各場合の起こりやすさが同じになる。
「表も裏も少なくとも1枚出る」という事象をBとすると、Bの余事象に含まれる素事象は (表,表,表,表), (裏,裏,裏,裏) の2通りである。よって、Bの余事象が起こる確率は$\dfrac{2}{16}=\dfrac{1}{8}$であり、Bが起こる確率は$q=1-\dfrac{1}{8}=\dfrac{7}{8}$

従って、$p=\dfrac{31}{36}=\dfrac{62}{72}<\dfrac{63}{72}=\dfrac{7}{8}=q$より$\boxed{p<q}$である。

問12.4

実際にじゃんけんをしてみよう。

問12.5

(1) 予想してみよう。

(2) 素事象は全部で$3\times3=9$個あり、起こりやすさは同じと考えられる。

あいこになるのは2人が同じ手を出す3通りなので、確率は$p_2=\dfrac{3}{9}=\boxed{\dfrac{1}{3}}$

(3) 素事象は全部で$3\times3\times3=27$個あり、起こりやすさは同じと考えられる。
あいこになるのは3人とも同じ手を出す3通りと、3人がすべて異なる手を出す6通り

(ぐ, ち, ぱ), (ぐ, ぱ, ち), (ち, ぐ, ぱ), (ち, ぱ, ぐ), (ぱ, ぐ, ち), (ぱ, ち, ぐ)

の計9通りなので、確率は$p_3=\dfrac{9}{27}=\boxed{\dfrac{1}{3}}$

(4) 素事象は全部で$3\times3\times3\times3=81$個あり、起こりやすさは同じと考えられる。
あいこになる手を数えるのはだんだんややこしくなってきたので、余事象の「勝ち負けが決まる」を数えてみる。
まず、「グーを出した人が勝つ」場合を考えると、これは「グーとチョキのちょうど2種類の手が出ている」＝「4人全員がグーとチョキのいずれかを出しており、かつ、全員がグー、全員がチョキではない」という事象であるから、

$$\underbrace{2\times2\times2\times2}_{\text{全員がグーとチョキのいずれかを出す}}-\underbrace{1}_{\text{全員がグー}}-\underbrace{1}_{\text{全員がチョキ}}=16-2=14$$

個の素事象からなる。
同様に「チョキを出した人が勝つ」も「パーを出した人が勝つ」もそれぞれ14個の素事象からなるので、「勝ちが決まる」は計$14\times3=42$個の素事象からなる。

したがって、余事象の「勝ち負けが決まる」確率は、$\dfrac{42}{81}=\dfrac{14}{27}$である。

これより、「あいこになる」確率は$p_4=1-\dfrac{14}{27}=\boxed{\dfrac{13}{27}}$