中1数学B 2019年度 2学期 相似、面積比、確率 宿題解答
§9 相似な図形を探せ2

H9.1

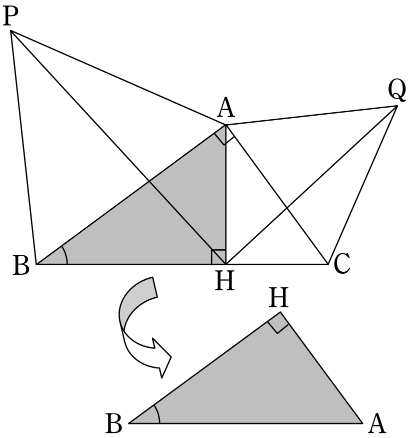
［仮定］ $\angle BAC = 90°$ ………………………… ①

$AH \perp BC$ ………………………… ②

$\triangle ABP$ は正三角形………………… ③

$\triangle ACQ$ は正三角形………………… ④

(1) ［結論］ $AB : BH = CA : AH$



［証明］

$\triangle ABC$ と $\triangle HBA$ において、

$\angle ABC = \angle HBA$ （共通） ……… ⑤

①②より、$\angle BAC = \angle BHA\ (= 90°)$ ………… ⑥

⑤⑥より、$\triangle ABC \backsim \triangle HBA$ ………………… ⑦

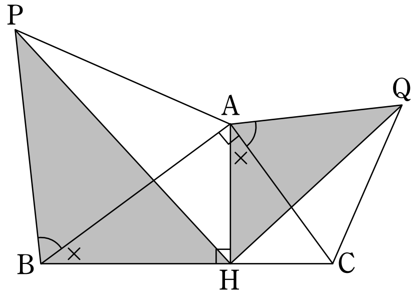
（二角相等）

⑦より、$AB : HB = AC : HA$ （対応辺の比）

$\therefore\ AB : BH = CA : AH$ ………………… ⑧

(q.e.d.)

(2) ［結論］ $\angle PHQ = 90°$



［証明］

$\triangle PBH$ と $\triangle QAH$ において、

③より、$PB = AB$ ………………………………… ⑨

④より、$QA = CA$ ………………………………… ⑩

⑧に⑨⑩を代入して、

$PB : BH = QA : AH$

すなわち $PB : QA = BH : AH$ ………………… ⑪

③④より、$\angle PBA = \angle QAC\ (= 60°)$ ………… ⑫

また、

$\angle ABH = \angle AHC - \angle BAH$

（$\triangle ABH$ で外角定理）

$= 90° - \angle BAH$ （②より） ………… ⑬

$\angle CAH = \angle BAC - \angle BAH$

$= 90° - \angle BAH$ （①より） ………… ⑭

⑬⑭より、$\angle ABH = \angle CAH$ ………………… ⑮

⑫⑮より、$\angle PBA + \angle ABH = \angle QAC + \angle CAH$

$\therefore\ \angle PBH = \angle QAH$ ………………… ⑯

⑪⑯より、$\triangle PBH \backsim \triangle QAH$ ………………… ⑰

（二辺比夾角相等）

⑰より、$\angle PHB = \angle QHA$ （対応角） …… ⑱

よって、

$\angle PHQ = \angle PHA + \angle QHA$

$= \angle PHA + \angle PHB$ （⑱より）

$= \angle AHB$

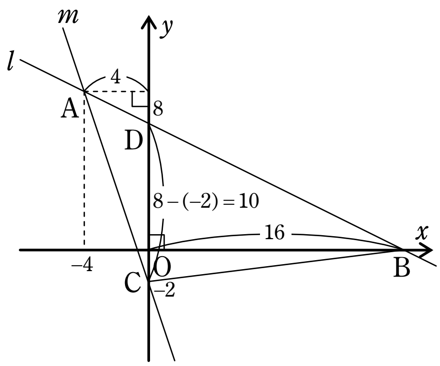
$= 90°$ （②より）

(q.e.d.)

(注) (1)で⑮を示しておき、⑦のかわりに
$\triangle ABH \backsim \triangle CAH$ を示すことで、
⑧を導くのもよい方法です。

H9.2

$$y=-\frac{1}{2}x+8 \quad \cdots ①$$
$$y=-3x-2 \quad \cdots ②$$



(1) l, m の交点 A の x 座標は

$$-\frac{1}{2}x+8=-3x-2$$

の解なので、これを解いて

$$\frac{5}{2}x=-10 \qquad \therefore x=-4$$

A の y 座標は、①より

$$y=-\frac{1}{2}\times(-4)+8=10$$

よって、A $\boxed{(-4, 10)}$

B は、l 上で y 座標が 0 となる点なので、
B の x 座標は、①より

$$0=-\frac{1}{2}x+8 \qquad \therefore x=16$$

よって、B $\boxed{(16, 0)}$

(2) l と y 軸の交点を D とする。△ABC を△BCD と△ACD に分割して、それぞれの面積を、CD を底辺として計算しよう。
C $(0,-2)$, D $(0,8)$ なので、

$$CD=8-(-2)=10$$

B $(16,0)$ より、△BCD の高さは 16
A $(-4,10)$ より、△ACD の高さは 4
よって、

$$\triangle ABC=\triangle BCD+\triangle ACD$$
$$=\frac{1}{2}\times CD\times16+\frac{1}{2}\times CD\times4$$
$$=\frac{1}{2}\times CD\times20=\frac{1}{2}\times10\times20=\boxed{100}$$

H9.3

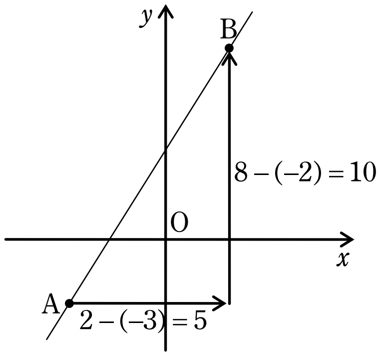
(1)　A$(-3,-2)$ から B$(2,8)$ までは

　x 軸方向に $2-(-3)=5$

　y 軸方向に $8-(-2)=10$

だけ移動するので、直線 AB の傾きは

　$\dfrac{10}{5}=2$



よって、直線 AB の y 切片を b とおくと、直線 AB は 1 次関数

　$y=2x+b$ ……………………………………… ①

のグラフである。

このグラフは A$(-3,-2)$ を通るので、関数①において、$x=-3$ のとき $y=-2$ となる。

よって、

　$-2=2\times(-3)+b$　　$\therefore\ b=-2+6=4$

であり、求める 1 次関数の式は

　$\boxed{y=2x+4}$

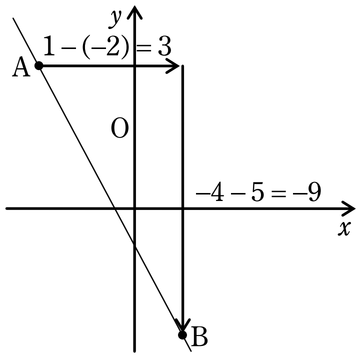
(2)　A$(-2,5)$ から B$(1,-4)$ までは

　x 軸方向に $1-(-2)=3$

　y 軸方向に $-4-5=-9$

だけ移動するので、直線 AB の傾きは

　$\dfrac{-9}{3}=-3$



よって、直線 AB の y 切片を b とおくと、直線 AB は 1 次関数

　$y=-3x+b$ ……………………………………… ①

のグラフである。

このグラフは A$(-2,5)$ を通るので、関数①において、$x=-2$ のとき $y=5$ となる。

よって、

　$5=-3\times(-2)+b$　　$\therefore\ b=5-6=-1$

であり、求める 1 次関数の式は

　$\boxed{y=-3x-1}$

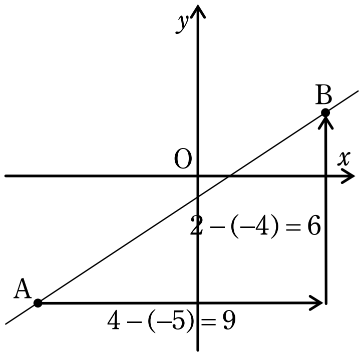
(3) $A(-5,-4)$ から $B(4,2)$ までは

x 軸方向に $4-(-5)=9$

y 軸方向に $2-(-4)=6$

だけ移動するので、直線 AB の傾きは

$$\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$



よって、直線 AB の y 切片を b とおくと、直線 AB は 1 次関数

$$y=\frac{2}{3}x+b \quad \cdots\cdots ①$$

のグラフである。

このグラフは $A(-5,-4)$ を通るので、関数①において、$x=-5$ のとき $y=-4$ となる。

よって、

$$-4=\frac{2}{3}\times(-5)+b \qquad \therefore b=-4+\frac{10}{3}=-\frac{2}{3}$$

であり、求める 1 次関数の式は

$$\boxed{y=\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}}$$

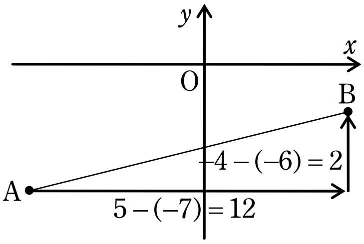
(4) $A(-7,-6)$ から $B(5,-4)$ までは

x 軸方向に $5-(-7)=12$

y 軸方向に $-4-(-6)=2$

だけ移動するので、直線 AB の傾きは

$$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$$



よって、直線 AB の y 切片を b とおくと、直線 AB は 1 次関数

$$y=\frac{1}{6}x+b \quad \cdots\cdots ①$$

のグラフである。

このグラフは $A(-7,-6)$ を通るので、関数①において、$x=-7$ のとき $y=-6$ となる。

よって、

$$-6=\frac{1}{6}\times(-7)+b \qquad \therefore b=-6+\frac{7}{6}=-\frac{29}{6}$$

であり、求める 1 次関数の式は

$$\boxed{y=\frac{1}{6}x-\frac{29}{6}}$$