

中1数学A 2019年度春期講習 文字式とその応用

§3 文字をおいて説明しよう

※ 欠席してしまった場合は、問 3.1～問 3.3 を確認し、p.25 の宿題 H3.1～H3.3 に取り組んで提出して下さい。余裕があれば全問解きましょう。

問3.1

4 つとも、 $(a+1) \times (a+1) - a \times a$ の形をしています。

まず、文字式のままカッコをはずすと、

$$\begin{aligned}(a+1) \times (a+1) - a \times a &= a \times (a+1) + 1 \times (a+1) - a \times a \\ &= \cancel{a \times a} + a \times 1 + 1 \times a + 1 \times 1 - \cancel{a \times a} \\ &= (1+1) \times a + 1 \\ &= 2 \times a + 1\end{aligned}$$

これに、(1) $a=50$ (2) $a=1.23$ (3) $a=11.345$ (4) $a=1234320$ をそれぞれ代入して、

$$(1) \quad 2 \times 50 + 1 = \boxed{101} \quad (2) \quad 2 \times 1.23 + 1 = \boxed{3.46} \quad (3) \quad 2 \times 11.345 + 1 = \boxed{23.69}$$

$$(4) \quad 2 \times 1234320 + 1 = \boxed{2468641}$$

となります。

問3.2

$$(1) \quad (a+b) \times (x+y) = a \times (x+y) + b \times (x+y) = \boxed{ax+ay+bx+by}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad (a+b) \times (a+b) &= a \times (a+b) + b \times (a+b) = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b = \boxed{a \times a + 2ab + b \times b} \\ &= \boxed{a^2 + 2ab + b^2}\end{aligned}$$

$$(3) \quad (x+2) \times (x-2) = x \times (x-2) + 2 \times (x-2) = x \times x - \cancel{x \times 2} + \cancel{2 \times x} - 2 \times 2 = \boxed{x \times x - 4} \left[= \boxed{x^2 - 4} \right]$$

$$\begin{aligned}(4) \quad (x+2) \times (x+3) - x \times x - 5 \times x &= x \times (x+3) + 2 \times (x+3) - x \times x - 5x \\ &= \cancel{x \times x} + \cancel{x \times 3} + \cancel{2 \times x} + 2 \times 3 - \cancel{x \times x} - 5 \times x = \boxed{6}\end{aligned}$$

問3.3

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 1 \times 1 - 0 \times 2 = \boxed{1} \\
 & 2 \times 2 - 1 \times 3 = \boxed{1} \\
 & 3 \times 3 - 2 \times 4 = \boxed{1} \\
 & 4 \times 4 - 3 \times 5 = \boxed{1} \\
 & 5 \times 5 - 4 \times 6 = \boxed{1}
 \end{aligned}$$

(2) (1)の結果から $\boxed{1}$ と予想できます。

(3) (1)の式の形と計算結果から、

$$\boxed{n \times n - (n-1) \times (n+1) = 1} \cdots \cdots \text{①}$$

が成り立っていると考えられます。

①がどんな整数 n でも成り立つことを説明します。
分配法則を利用して、

$$\begin{aligned}
 (n-1) \times \boxed{(n+1)} &= n \times \boxed{(n+1)} - 1 \times \boxed{(n+1)} \\
 &= n \times n + \cancel{n} - \cancel{n} - 1
 \end{aligned}$$

$$\therefore (n-1) \times (n+1) = n \times n - 1 [= n^2 - 1]$$

と計算できるので、

$$\begin{aligned}
 n \times n - (n-1) \times (n+1) &= n \times n - (n \times n - 1) \\
 &= \cancel{n \times n} - \cancel{n \times n} + 1 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

となり、①が成り立ちます。

(したがって、(2)の予想も正しいことがわかりました。)

問3.4

- (あ) (1) $32 \times 38 = \boxed{1216}$
(2) $44 \times 46 = \boxed{2024}$
(3) $55 \times 55 = \boxed{3025}$

(い) 十の位の数と同じ n であり、一の位の数、和が 10 となるような 2 数 a, b である 2 桁の数

$\underbrace{\boxed{n} \boxed{a}}_{2 \text{ 桁}}, \underbrace{\boxed{n} \boxed{b}}_{2 \text{ 桁}}$ の積について、

$$\underbrace{\boxed{n} \boxed{a}}_{2 \text{ 桁}} \times \underbrace{\boxed{n} \boxed{b}}_{2 \text{ 桁}} = \underbrace{\boxed{n \times (n+1)}}_{2 \text{ 桁}} \underbrace{\boxed{a \times b}}_{2 \text{ 桁}} \cdots \cdots \textcircled{1}$$

という規則性が予想できます。

①が成り立つことを説明します。

2 数 $\underbrace{\boxed{n} \boxed{a}}_{2 \text{ 桁}}, \underbrace{\boxed{n} \boxed{b}}_{2 \text{ 桁}}$ は、

$$10n + a, 10n + b$$

と表せます。この 2 数の積を計算してみると、

$$\begin{aligned} (10n + a) \times (10n + b) &= 10n \times \boxed{(10n + b)} + a \times \boxed{(10n + b)} \\ &= 100n \times n + 10n \times b + 10n \times a + ab \\ &= 100n \times n + 10n \times (b + a) + ab \end{aligned}$$

ここで、 $a + b = 10$ になることから、

$$\begin{aligned} &= 100n \times n + 10n \times 10 + ab \\ &= \boxed{100n} \times n + \boxed{100n} \times 1 + ab \\ &= \boxed{100n} \times (n + 1) + ab \end{aligned}$$

となるので、

$$(10n + a) \times (10n + b) = \underbrace{n(n + 1) \times 100}_{\text{下 2 桁 00}} + ab \cdots \cdots \textcircled{2}$$

となります。

n, a, b は 1 桁の整数なので、 $n(n + 1), ab$ も 2 桁以内の整数です。

よって、②の下 2 桁は ab 、上 2 桁は $n(n + 1)$ で、①が成り立つことが分かります。

(う) ①を利用しましょう。

- (1) $81 \times 89 = \boxed{7209}$
(2) $64 \times 66 = \boxed{4224}$