

H3.1

3桁の自然数 X の百の位の数をも a 、十の位の数をも b 、一の位の数をも c とおくと、 $X=100a+10b+c$ と表されます。 X の百の位と一の位を代入替えた数 Y は、百の位の数も c 、十の位の数も b 、一の位の数も a となるので、 $Y=100c+10b+a$ と表されます。したがって、

$$\begin{aligned} 4X+5Y &= 4(100a+10b+c)+5(100c+10b+a) \\ &= 400a+40b+4c+500c+50b+5a \\ &= 405a+90b+504c \\ &= 9(45a+10b+56c) \end{aligned}$$

となり、 $45a+10b+56c$ は整数であるので、 $4X+5Y$ はいつも 9 の倍数になると分かります。

H3.2

$$(1) \quad (a+b) \times (c+d) = a \times (c+d) + b \times (c+d) = \boxed{ac+ad+bc+bd}$$

$$(2) \quad (x+a) \times (x-a) = x \times (x-a) + a \times (x-a) = x^2 - \cancel{x a} + \cancel{a x} - a^2 = \boxed{x^2 - a^2}$$

$$(3) \quad (x+3) \times (x+5) = x \times (x+5) + 3 \times (x+5) = x^2 + 5x + 3x + 15 = \boxed{x^2 + 8x + 15}$$

H3.3

(あ) (1) $6 \times 6 - 1 \times 1 - 25 = 36 - 1 - 25 = \boxed{10}$

(2) $7 \times 7 - 2 \times 2 - 25 = 49 - 4 - 25 = \boxed{20}$

(3) $8 \times 8 - 3 \times 3 - 25 = 64 - 9 - 25 = \boxed{30}$

(4) $9 \times 9 - 4 \times 4 - 25 = 81 - 16 - 25 = \boxed{40}$

(い) (あ) からどんな数についても、

$$(a+5) \times (a+5) - a \times a - 25 = 10a \quad \cdots \star$$

となっていることが予想できます。☆の左辺を計算してみると、

$$(a+5) \times \boxed{(a+5)} - a \times a - 25$$

$$= a \times \boxed{(a+5)} + 5 \times \boxed{(a+5)} - a \times a - 25$$

$$= \cancel{a^2} + 5a + 5a + \cancel{25} - \cancel{a^2} - 25$$

$$= 10a$$

となるので、☆が正しいことが示されました。

(う) ☆の a に、(1) $a=12.3$, (2) $a=1234.5$ をそれぞれ代入して、

(1) $17.3 \times 17.3 - 12.3 \times 12.3 - 25 = 10 \times 12.3 = \boxed{123}$

(2) $1239.5 \times 1239.5 - 1234.5 \times 1234.5 - 25 = 10 \times 1234.5 = \boxed{12345}$