中1数学B　2019年度春期講習　文字式とその応用
§1　文字の役割

※　欠席してしまった場合は、問 1.1～問 1.4 を確認し、p.11 の宿題 H1.1～H1.4 に取り組んで提出して下さい。余裕があれば全問解きましょう。

問1.1

4 つの式はすべて

$$\boxed{a(b+c)=ab+ac}$$

の形に表せます。

問1.2

足し算について述べられている計算規則

$$a+b=b+a$$

$$a+(b+c)=(a+b)+c$$

$$a+0=0+a=a$$

に対応した掛け算の計算規則を書いてみると、

$$ab=ba$$

$$a(bc)=(ab)c$$

$$a\times 1=1\times a=a$$

があります。

また、足し算と掛け算の両方を含む計算規則として、問 1.1 で確認した

$$a(b+c)=ab+ac$$

があります。

※ $a(b+c)=(b+c)a$ が成り立つので、$(b+c)a=ab+ac$ も成り立ちます。

問1.3

(1)　$\boxed{a-(b+c)=a-b-c}$　　　(2)　$\boxed{a-(b-c)=a-b+c}$

問1.4

３つとも

$$\left(\frac{13}{11}x+\frac{8}{13}y\right)+\left(\frac{18}{11}x+\frac{11}{13}y\right)-\left(\frac{9}{11}x+\frac{6}{13}y\right) \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

の形をしています。これを整理すると、

$$\begin{aligned}
&=\frac{13}{11}x+\frac{8}{13}y+\frac{18}{11}x+\frac{11}{13}y-\frac{9}{11}x-\frac{6}{13}y \\
&=\frac{13}{11}x+\frac{18}{11}x-\frac{9}{11}x+\frac{8}{13}y+\frac{11}{13}y-\frac{6}{13}y \\
&=\left(\frac{13}{11}+\frac{18}{11}-\frac{9}{11}\right)x+\left(\frac{8}{13}+\frac{11}{13}-\frac{6}{13}\right)y \\
&=2x+y \cdots\cdots\cdots\cdots ②
\end{aligned}$$

(1) ①で $x=29,\ y=42$ としたものなので、②に $x=29,\ y=42$ を代入して、

$$2\times 29+42=58+42=\boxed{100}$$

と計算できます。

(2) ①で $x=1.7,\ y=2.6$ としたものなので、②に $x=1.7,\ y=2.6$ を代入して、

$$2\times 1.7+2.6=3.4+2.6=\boxed{6}$$

(3) ①で $x=\frac{7}{6},\ y=\frac{8}{3}$ としたものなので、②に $x=\frac{7}{6},\ y=\frac{8}{3}$ を代入して、

$$2\times\frac{7}{6}+\frac{8}{3}=\frac{7}{3}+\frac{8}{3}=\frac{15}{3}=\boxed{5}$$

問1.5

(1) A=31, B=13 のとき、A+B=31+13=44= 4×11
A=63, B=36 のとき、A+B=63+36=99= 9×11
A=94, B=49 のとき、A+B=94+49=143= 13×11
以上の例では、どれも A+B は 11 の倍数になっています。

(2) 2 桁の自然数 A の十の位の数を x、一の位の数を y とおくと、A$=10x+y$ と表されます。A の十の位と一の位を入れ替えた数 B は、十の位の数が y、一の位の数が x となるので、B$=10y+x$ と表されます。したがって、

$$
\begin{aligned}
\mathrm{A}+\mathrm{B} &= (10x+y)+(10y+x)\\
&= 11x+11y\\
&= 11(x+y)
\end{aligned}
$$

となり、$x+y$ は整数であるので、A+B はいつも 11 の倍数であると分かります。

(3) $\mathrm{A}=31, \mathrm{B}=13$ のとき、$\mathrm{A}-\mathrm{B}=31-13=18=9\times 2$
$\mathrm{A}=63, \mathrm{B}=36$ のとき、$\mathrm{A}-\mathrm{B}=63-36=27=9\times 3$
$\mathrm{A}=94, \mathrm{B}=49$ のとき、$\mathrm{A}-\mathrm{B}=94-49=45=9\times 5$
以上の例では、どれも A−B は 9 の倍数になっています。
(2)と同様に、A$=10x+y$, B$=10y+x$ とおくと、
（x, y は 0 以上 9 以下の整数であり、A は B より大きいので、$x>y$ です）

$$
\begin{aligned}
\mathrm{A}-\mathrm{B} &= (10x+y)-(10y+x)\\
&= 10x+y-10y-x\\
&= 9x-9y\\
&= 9(x-y)
\end{aligned}
$$

となり、$x-y$ は整数であるので、$\mathrm{A}-\mathrm{B}$ はいつも 9 の倍数であると分かります。

(4) (2)と同様に、A$=10x+y$, B$=10y+x$ とおきます。すると、

$$
\begin{aligned}
2\mathrm{A}+4\mathrm{B} &= 2(10x+y)+4(10y+x)\\
&= 20x+2y+40y+4x\\
&= 24x+42y\\
&= 6\,(4x+7y)
\end{aligned}
$$

となり、$4x+7y$ は整数であるので、2A+4B はいつも 6 の倍数であると分かります。

問1.6

ロープと地面の隙間をくぐるために、1.5 m 程度の隙間ができればよいとしましょう。
地球の半径を r m、円周率を 3.14 とすると、
ロープの長さは

$$2\times(r+1.5)\times3.14=(2r+3)\times3.14=6.28r+9.42\ [\mathrm{m}]$$

赤道の長さは

$$2\times r\times3.14=6.28r\ [\mathrm{m}]$$

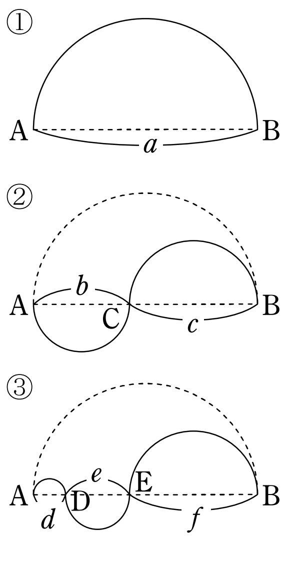
となります。
よって、ロープの長さは、赤道の長さよりも

$$6.28r+9.42-6.28r=9.42\ [\mathrm{m}]$$

長くすればよいことになります。したがって、もっとも近いものは $\boxed{(1)}$ です。

問1.7

AB, AC, CB, AD, DE, EB の長さを a,b,c,d,e,f と置くと、
$a=b+c=d+e+f$ となります。
円周率を 3.14 とすると、



①の長さは、

$$a\times3.14\times\frac{1}{2}=\underline{\underline{1.57a}}$$

②の長さは、

$$b\times3.14\times\frac{1}{2}+c\times3.14\times\frac{1}{2}$$
$$=(b+c)\times3.14\times\frac{1}{2}$$
$$=a\times3.14\times\frac{1}{2}=\underline{\underline{1.57a}}$$

③の長さは、

$$d\times3.14\times\frac{1}{2}+e\times3.14\times\frac{1}{2}+f\times3.14\times\frac{1}{2}$$
$$=(d+e+f)\times3.14\times\frac{1}{2}$$
$$=a\times3.14\times\frac{1}{2}=\underline{\underline{1.57a}}$$

となるので、$\boxed{\text{①②③の長さは、いずれも等しい}}$です。

問1.8

他の正方形たちと 1 辺を共有する正方形の個数を a とし、3 辺と共有する正方形の個数を b とおきましょう。
共有される辺は、ちょうど 2 つの正方形に共有されるので、

$$a+3b=2\times[2\text{つの正方形に共有される辺の総数}]$$

となり、これは偶数です。
したがって、正方形の総数

$$a+b=(a+3b)-2b$$

は、偶数の差で表されるので、やはり偶数となります。