中1数学B　2019年度春期　文字式とその応用　宿題解答
§3　大小の評価

H3.1
分配法則を利用して、$(n+1)\times(n-1)$ を計算すると、

$\boxed{(n+1)}\times(n-1)=\boxed{(n+1)}\times n-\boxed{(n+1)}\times 1=n^2+\cancel{n}-\cancel{n}-1=n^2-1$

となります。これより、$(n+1)\times(n-1)<n^2$ とわかるので、

$n=98765$ のときを考えれば、$98766\times 98764<98765^2$ を得ます。

これより、$\boxed{98765^2 \text{ の方が大きい}}$です。

H3.2
$a=4$ のときは $4<b$ なので、$\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{b}<\dfrac{1}{4}$ となります。

よって、$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}<\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}$ です。

$4<a$ のときも $4<b$ なので、$\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{b}<\dfrac{1}{4}$ となります。

よって、$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}<\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}$ です。

以上より、$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ は $\dfrac{1}{2}$ よりも小さいです。

H3.3
$\dfrac{1}{k(k+1)}=\dfrac{k+1}{k(k+1)}-\dfrac{k}{k(k+1)}=\dfrac{1}{k}-\dfrac{1}{k+1}$ なので、

$S=\left(\dfrac{1}{1}-\cancel{\dfrac{1}{2}}\right)+\left(\cancel{\dfrac{1}{2}}-\cancel{\dfrac{1}{3}}\right)+\left(\cancel{\dfrac{1}{3}}-\cancel{\dfrac{1}{4}}\right)+\cdots+\left(\cancel{\dfrac{1}{n-1}}-\cancel{\dfrac{1}{n}}\right)+\left(\cancel{\dfrac{1}{n}}-\dfrac{1}{n+1}\right)=1-\dfrac{1}{n+1}$ です。

$1-\dfrac{1}{n+1}<1$ なので、$S<1$ となります。

H3.4

(1) $\dfrac{2}{4} < \dfrac{2}{3} < \dfrac{2}{2}$ なので、$\dfrac{2}{3}$ は $\dfrac{1}{2}$ と $\dfrac{1}{1}$ の間にある。

$\dfrac{2}{6} < \dfrac{2}{5} < \dfrac{2}{4}$ なので、$\dfrac{2}{5}$ は $\dfrac{1}{3}$ と $\dfrac{1}{2}$ の間にある。

$\dfrac{2}{8} < \dfrac{2}{7} < \dfrac{2}{6}$ なので、$\dfrac{2}{5}$ は $\dfrac{1}{4}$ と $\dfrac{1}{3}$ の間にある。

(2) (1)より、$\dfrac{2}{3}$ を超えない最大の単位分数は $\dfrac{1}{2}$ であり、

$\dfrac{2}{3} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{4}{6} - \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{6}$ なので、$\boxed{\dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{6}}$ と表せる。

(1)より、$\dfrac{2}{5}$ を超えない最大の単位分数は $\dfrac{1}{3}$ であり、

$\dfrac{2}{5} - \dfrac{1}{3} = \dfrac{6}{15} - \dfrac{5}{15} = \dfrac{1}{15}$ なので、$\boxed{\dfrac{2}{5} = \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{15}}$ と表せる。

(1)より、$\dfrac{2}{7}$ を超えない最大の単位分数は $\dfrac{1}{4}$ であり、

$\dfrac{2}{7} - \dfrac{1}{4} = \dfrac{8}{28} - \dfrac{7}{28} = \dfrac{1}{28}$ なので、$\boxed{\dfrac{2}{7} = \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{28}}$ と表せる。

(3) $2n < 2n+1$ より $\dfrac{2}{2n+1} < \dfrac{2}{2n} = \dfrac{1}{n}$ です。

$2n+1 < 2n+2 = 2(n+1)$ より $\dfrac{2}{2n+1} > \dfrac{2}{2(n+1)} = \dfrac{1}{n+1}$ です。

以上より、$\dfrac{1}{n+1} < \dfrac{2}{2n+1} < \dfrac{1}{n}$ です。

(4) (3)より、$\dfrac{2}{2n+1}$ を超えない最大の単位分数は $\dfrac{1}{n+1}$ なので、

$\dfrac{2}{2n+1}$ から $\dfrac{1}{n+1}$ を引いてみると、

$$\frac{2}{2n+1} - \frac{1}{n+1} = \frac{2(n+1)-(2n+1)}{(2n+1)(n+1)} = \frac{2n+2-2n-1}{(2n+1)(n+1)} = \frac{1}{(2n+1)(n+1)}$$

これより、

$\boxed{\dfrac{2}{2n+1} = \dfrac{1}{n+1} + \dfrac{1}{(2n+1)(n+1)}}$ と表せることがわかります。