中1数学B　2019年度春期　文字式とその応用　宿題解答
§4　数列

H4.1

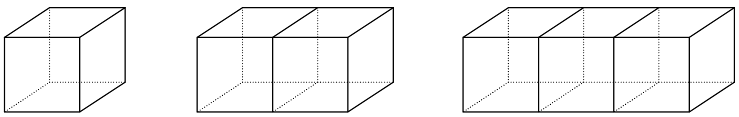
$$
\begin{array}{rcccccccccccc}
 & V & = & \boxed{1} & + & \boxed{3} & + & \boxed{5} & + & \cdots & + & \boxed{(2n-3)} & + & \boxed{(2n-1)} \\
+) & V & = & \boxed{(2n-1)} & + & \boxed{(2n-3)} & + & \boxed{(2n-5)} & + & \cdots & + & \boxed{3} & + & \boxed{1} \\
\hline
 & 2\times V & = & \boxed{2n} & + & \boxed{2n} & + & \boxed{2n} & + & \cdots & + & \boxed{2n} & + & \boxed{2n}
\end{array}
$$

より、$2\times V = 2n\times n$ となるので、$V=\dfrac{1}{2}\times 2\times n\times n=\boxed{n^2}$

H4.2

1 番目は 12 本で、その後 8 本ずつ増えていくので、n 番目の本数は、

$$
\begin{aligned}
12+\underbrace{8+8+\cdots+8}_{n-1\text{ 個の和}} &= 12+8\times(n-1)\\
&=12+8n-8\\
&=\boxed{8n+4}
\end{aligned}
$$



H4.3

(1)　1 番目が $\boxed{13}$，　2 番目が $\boxed{16}$，　3 番目が $\boxed{19}$，　4 番目が $\boxed{22}$，　5 番目が $\boxed{25}$

(2)　100 番目は、$13+\underbrace{3+3+\cdots+3}_{100-1\text{ 個の和}}=13+3\times(100-1)=13+300-3=\boxed{310}$

(3)　n 番目は、$13+\underbrace{3+3+\cdots+3}_{n-1\text{ 個の和}}=13+3\times(n-1)=13+3n-3=\boxed{3n+10}$

(4)　$n-1$ 番目は、$13+\underbrace{3+3+\cdots+3}_{n-2\text{ 個の和}}=13+3\times(n-2)=13+3n-6=\boxed{3n+7}$

$n+1$ 番目は、$13+\underbrace{3+3+\cdots+3}_{n\text{ 個の和}}=13+3\times n=13+3n=\boxed{3n+13}$

（注）(3)の結果の n をそれぞれ $n-1, n+1$ に取り換えて、
$n-1$ 番目は、$3(n-1)+10=3n-3+10=\boxed{3n+7}$
$n+1$ 番目は、$3(n+1)+10=3n+3+10=\boxed{3n+13}$
と求めることもできます。あるいは、
$n-1$ 番目は n 番目 $3n+10$ の 1 つ手前なので、$3n+10-3=\boxed{3n+7}$
$n+1$ 番目は n 番目 $3n+10$ の 1 つ後なので、$3n+10+3=\boxed{3n+13}$
と求めることもできます。

H4.4

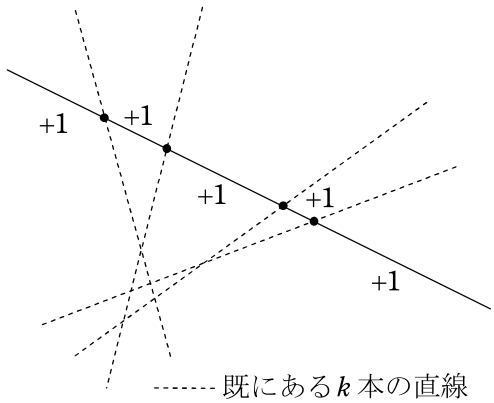
(1) $\boxed{f(1)=2,\ f(2)=4,\ f(3)=7,\ f(4)=11}$

(2) (1)の結果を見ていると、

$\boxed{f(k+1)=f(k)+k+1}$ ……………………………… ①

という関係が予想されます。
このことをきちんと説明してみましょう。

平面上に条件を満たすように既にk本の直線が引かれており、$f(k)$ 個の領域に分割されているとしましょう。
ここに、条件を満たすように$k+1$本目の直線を引くことを考えます。
$k+1$本目の直線は、既に引かれているk本の直線と交わるので、k個の交点をもち、それらによって$k+1$個の部分（$k-1$個の線分と2個の半直線）に分けられます。その1つ1つが新しく領域を1つずつ増やすので、全部で$k+1$個の領域が増えます。
したがって、$k+1$本目の直線を引いた後の領域の個数 $f(k+1)$ と引く前の領域の個数 $f(k)$ を比べると$k+1$個だけ増えるので、①が成り立つことが分かります。



(3) ①を繰り返し利用すれば、

$$f(2)=f(1)+2$$
$$f(3)=f(2)+3=f(1)+2+3$$
$$f(4)=f(3)+4=f(1)+2+3+4$$
$$\vdots$$
$$\begin{aligned}f(n)&=f(1)+2+3+4+\cdots+n\\&=2+2+3+4+\cdots+n\\&=1+(1+2+3+4+\cdots+n)\\&=1+\frac{1}{2}n(n+1) \qquad \text{(問4.1(2)の結果より)}\\&=\boxed{\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}n+1}\end{aligned}$$

となります。