

問3.3

$$\begin{aligned}(1) \quad & 1 \times 1 - 0 \times 2 = \boxed{1} \\ & 2 \times 2 - 1 \times 3 = \boxed{1} \\ & 3 \times 3 - 2 \times 4 = \boxed{1} \\ & 4 \times 4 - 3 \times 5 = \boxed{1} \\ & 5 \times 5 - 4 \times 6 = \boxed{1}\end{aligned}$$

(2) (1)の結果から $\boxed{1}$ と予想できます。

(3) (1)の式の形と計算結果から、

$$\boxed{n \times n - (n-1) \times (n+1) = 1} \cdots \cdots \text{①}$$

が成り立っていると考えられます。

①がどんな整数 n でも成り立つことを説明します。

分配法則を利用して、

$$\begin{aligned}(n-1) \times \boxed{(n+1)} &= n \times \boxed{(n+1)} - 1 \times \boxed{(n+1)} \\ &= n \times n + \cancel{n} - \cancel{n} - 1\end{aligned}$$

$$\therefore (n-1) \times (n+1) = n \times n - 1 [= n^2 - 1]$$

と計算できるので、

$$\begin{aligned}n \times n - (n-1) \times (n+1) &= n \times n - (n \times n - 1) \\ &= \cancel{n \times n} - \cancel{n \times n} + 1 \\ &= 1\end{aligned}$$

となり、①が成り立ちます。

(したがって、(2)の予想も正しいことがわかりました。)

問3.4

- (あ) (1) $32 \times 38 = \boxed{1216}$
 (2) $44 \times 46 = \boxed{2024}$
 (3) $55 \times 55 = \boxed{3025}$

(い) 十の位の数と同じ n であり、一の位の数、和が 10 となるような 2 数 a, b である 2 桁の数

$\boxed{n \mid a}$, $\boxed{n \mid b}$ の積について、

$$\underbrace{\boxed{n \mid a}}_{2\text{桁}} \times \underbrace{\boxed{n \mid b}}_{2\text{桁}} = \underbrace{n \times (n+1)}_{2\text{桁}} \underbrace{a \times b}_{2\text{桁}} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

という規則性が予想できます。

①が成り立つことを説明します。

2 数 $\boxed{n \mid a}$, $\boxed{n \mid b}$ は、

$$10n + a, 10n + b$$

と表せます。この 2 数の積を計算してみると、

$$\begin{aligned} (10n + a) \times (10n + b) &= 10n \times (10n + b) + a \times (10n + b) \\ &= 100n \times n + 10n \times b + 10n \times a + ab \\ &= 100n \times n + 10n \times (b + a) + ab \end{aligned}$$

ここで、 $a + b = 10$ になることから、

$$\begin{aligned} &= 100n \times n + 10n \times 10 + ab \\ &= \boxed{100n} \times n + \boxed{100n} \times 1 + ab \\ &= \boxed{100n} \times (n + 1) + ab \end{aligned}$$

となるので、

$$(10n + a) \times (10n + b) = \underbrace{n(n + 1) \times 100}_{\text{下2桁00}} + ab \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

となります。

n, a, b は 1 桁の整数なので、 $n(n + 1), ab$ も 2 桁以内の整数です。

よって、②の下 2 桁は ab 、上 2 桁は $n(n + 1)$ で、①が成り立つことが分かります。

(う) ①を利用しましょう。

- (1) $81 \times 89 = \boxed{7209}$
 (2) $64 \times 66 = \boxed{4224}$