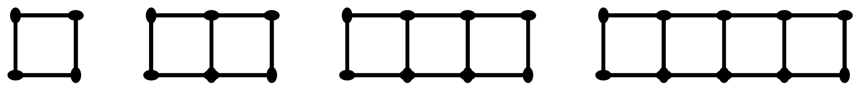
中1数学A　2020年度春期講習　文字式とその応用
§5　数列の和

※　欠席してしまった場合は、問 5.1, 問 5.2 を解いてみよう。

問5.1

1 番目は 4 本で、その後 3 本ずつ増えていくので、n 番目は

$4+\underbrace{3+3+\cdots+3}_{n-1\text{個の和}}=4+3\times(n-1)=4+3n-3=\boxed{3n+1}$ 本と分かる。



1 番目　2 番目　3 番目　4 番目

補足：1 番目の 4 本を1+3 本と考えれば、n 番目は

$1+\underbrace{3+3+\cdots+3}_{n\text{個の和}}=\boxed{3n+1}$ 本と考えることもできます。

また、n 番目の図形は正方形 n 個でできていて、$n-1$ 本の辺が共有されているので、
使われているマッチ棒は

$4n-(n-1)=4n-n+1=\boxed{3n+1}$ 本と考えることもできます。

問5.2

(1)

$$
\begin{array}{rrcc|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|}
 & S & = & \boxed{1} & + & \boxed{2} & + & \boxed{3} & + & \cdots & + & \boxed{99} & + & \boxed{100} \\
+) & S & = & 100 & + & 99 & + & 98 & + & \cdots & + & 2 & + & 1 \\
\hline
 & 2\times S & = & 101 & + & 101 & + & 101 & + & \cdots & + & 101 & + & 101
\end{array}
$$

より、$2\times S=101\times 100$　$\therefore\ S=\boxed{5050}$

(2)

$$
\begin{array}{rrcccccccccccc}
 & T & = & 1 & + & 2 & + & 3 & + & \cdots & + & (n-1) & + & n \\
+) & T & = & n & + & (n-1) & + & (n-2) & + & \cdots & + & 2 & + & 1 \\
\hline
 & 2\times T & = & (n+1) & + & (n+1) & + & (n+1) & + & \cdots & + & (n+1) & + & (n+1)
\end{array}
$$

より、$2\times T=(n+1)\times n$　$\therefore\ T=\boxed{\dfrac{1}{2}n(n+1)}$

問5.3

(1)

83	82	81	80	79	78	77
84	61	60	59	58	57	76
85	62	47	46	45	56	75
86	63	48	41	44	55	74
87	64	49	42	43	54	73
88	65	50	51	52	53	72
89	66	67	68	69	70	71

(2)　89 以下では、対角線上の数は、確かにすべて素数となっているので、この図の外側まで同じことが成り立ちそうだと思うかもしれませんが、それは予想でしかありません。

(3)　対角線上の数は、1 番はじめの数が 41 で、その後 2, 4, 6, $\cdots$ と偶数を小さい順に足していくことで得られるので、対角線上の n 番目の数は、41 に 2 から $2(n-1)$ までを足した数、すなわち、

$$41+(2+4+6+\cdots+2(n-1))=41+2(1+2+3+\cdots+(n-1))$$

です。

ここで、問 5.2 (2) と同様に考えると、

$$2(1+2+3+\cdots+(n-1))=(n-1)n$$

となることがわかります。

よって、対角線上の n 番目の数は、$\boxed{41+(n-1)n}$ です。

(4)　(3)の結果より、対角線上の 41 番目の数は、$41+40\times41=41\times(1+40)=41\times41$ となり、素数にはなりません。よって、この図の外側まで含めた対角線上の数がすべて素数になるわけではありません。