

中1数学B 2020年度春期講習 文字式とその応用

§1 文字の役割

※ 欠席してしまった場合は、問 1.1～問 1.4 を確認し、p.11 の宿題 H1.1～H1.4 に取り組んで提出して下さい。余裕があれば全問解きましょう。

問1.1

4 つの式はすべて

$$a(b+c)=ab+ac$$

の形に表せます。

問1.2

足し算について述べられている計算規則

$$a+b=b+a$$

$$a+(b+c)=(a+b)+c$$

$$a+0=0+a=a$$

に対応した掛け算の計算規則を書いてみると、

$$ab=ba$$

$$a(bc)=(ab)c$$

$$a \times 1 = 1 \times a = a$$

があります。

また、足し算と掛け算の両方を含む計算規則として、問 1.1 で確認した

$$a(b+c)=ab+ac$$

があります。

※ $a(b+c)=(b+c)a$ が成り立つので、 $(b+c)a=ab+ac$ も成り立ちます。

問1.3

(1) $a-(b+c)=a-b-c$

(2) $a-(b-c)=a-b+c$

問1.4

3つとも

$$\left(\frac{13}{11}x + \frac{8}{13}y\right) + \left(\frac{18}{11}x + \frac{11}{13}y\right) - \left(\frac{9}{11}x + \frac{6}{13}y\right) \cdots \cdots \textcircled{1}$$

の形をしています。これを整理すると、

$$\begin{aligned} &= \frac{13}{11}x + \frac{8}{13}y + \frac{18}{11}x + \frac{11}{13}y - \frac{9}{11}x - \frac{6}{13}y \\ &= \frac{13}{11}x + \frac{18}{11}x - \frac{9}{11}x + \frac{8}{13}y + \frac{11}{13}y - \frac{6}{13}y \\ &= \left(\frac{13}{11} + \frac{18}{11} - \frac{9}{11}\right)x + \left(\frac{8}{13} + \frac{11}{13} - \frac{6}{13}\right)y \\ &= 2x + y \cdots \cdots \textcircled{2} \end{aligned}$$

- (1) ①で $x=29, y=42$ としたものなので、②に $x=29, y=42$ を代入して、

$$2 \times 29 + 42 = 58 + 42 = \boxed{100}$$

と計算できます。

- (2) ①で $x=1.7, y=2.6$ としたものなので、②に $x=1.7, y=2.6$ を代入して、

$$2 \times 1.7 + 2.6 = 3.4 + 2.6 = \boxed{6}$$

- (3) ①で $x=\frac{7}{6}, y=\frac{8}{3}$ としたものなので、②に $x=\frac{7}{6}, y=\frac{8}{3}$ を代入して、

$$2 \times \frac{7}{6} + \frac{8}{3} = \frac{7}{3} + \frac{8}{3} = \frac{15}{3} = \boxed{5}$$

問1.5

(1) $A=31, B=13$ のとき、 $A+B=31+13=44=4\times 11$

$A=63, B=36$ のとき、 $A+B=63+36=99=9\times 11$

$A=94, B=49$ のとき、 $A+B=94+49=143=13\times 11$

以上の例では、どれも $A+B$ は 11 の倍数になっています。

(2) 2桁の自然数 A の十の位の数 x 、一の位の数 y とおくと、 $A=10x+y$ と表されます。 A の十の位と一の位を入れ替えた数 B は、十の位の数 y 、一の位の数 x となるので、 $B=10y+x$ と表されます。したがって、

$$\begin{aligned} A+B &= (10x+y) + (10y+x) \\ &= 11x+11y \\ &= 11(x+y) \end{aligned}$$

となり、 $x+y$ は整数であるので、 $A+B$ はいつも 11 の倍数であると分かります。

(3) $A=31, B=13$ のとき、 $A-B=31-13=18=9\times 2$

$A=63, B=36$ のとき、 $A-B=63-36=27=9\times 3$

$A=94, B=49$ のとき、 $A-B=94-49=45=9\times 5$

以上の例では、どれも $A-B$ は 9 の倍数になっています。

(2)と同様に、 $A=10x+y, B=10y+x$ とおくと、

(x, y は 0 以上 9 以下の整数であり、 A は B より大きいので、 $x > y$ です)

$$\begin{aligned} A-B &= (10x+y) - (10y+x) \\ &= 10x+y-10y-x \\ &= 9x-9y \\ &= 9(x-y) \end{aligned}$$

となり、 $x-y$ は整数であるので、 $A-B$ はいつも 9 の倍数であると分かります。

(4) (2)と同様に、 $A=10x+y, B=10y+x$ とおきます。すると、

$$\begin{aligned} 2A+4B &= 2(10x+y) + 4(10y+x) \\ &= 20x+2y+40y+4x \\ &= 24x+42y \\ &= 6(4x+7y) \end{aligned}$$

となり、 $4x+7y$ は整数であるので、 $2A+4B$ はいつも 6 の倍数であると分かります。

問1.6

ロープと地面の隙間をくぐるために、1.5 m 程度の隙間ができればよいとしましょう。

地球の半径を r m、円周率を 3.14 とすると、

ロープの長さは

$$2 \times (r + 1.5) \times 3.14 = (2r + 3) \times 3.14 = 6.28r + 9.42 \text{ [m]}$$

赤道の長さは

$$2 \times r \times 3.14 = 6.28r \text{ [m]}$$

となります。

よって、ロープの長さは、赤道の長さよりも

$$6.28r + 9.42 - 6.28r = 9.42 \text{ [m]}$$

長くすればよいことになります。したがって、もっとも近いものは (1) です。

問1.7

AB, AC, CB, AD, DE, EB の長さを a, b, c, d, e, f と置くと、

$a = b + c = d + e + f$ となります。

円周率を 3.14 とすると、

①の長さは、

$$a \times 3.14 \times \frac{1}{2} = \underline{\underline{1.57a}}$$

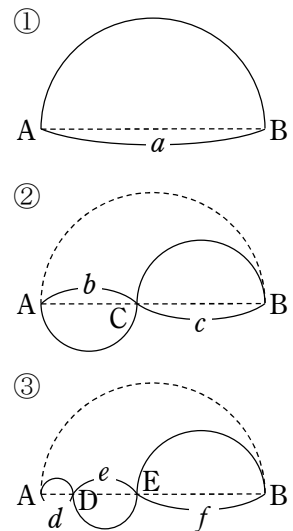
②の長さは、

$$\begin{aligned} & b \times 3.14 \times \frac{1}{2} + c \times 3.14 \times \frac{1}{2} \\ &= (b + c) \times 3.14 \times \frac{1}{2} \\ &= a \times 3.14 \times \frac{1}{2} = \underline{\underline{1.57a}} \end{aligned}$$

③の長さは、

$$\begin{aligned} & d \times 3.14 \times \frac{1}{2} + e \times 3.14 \times \frac{1}{2} + f \times 3.14 \times \frac{1}{2} \\ &= (d + e + f) \times 3.14 \times \frac{1}{2} \\ &= a \times 3.14 \times \frac{1}{2} = \underline{\underline{1.57a}} \end{aligned}$$

となるので、①②③の長さは、いずれも等しいです。



問1.8

他の正方形たちと 1 辺を共有する正方形の個数を a とし、3 辺と共有する正方形の個数を b とおきましょう。

共有される辺は、ちょうど 2 つの正方形に共有されるので、

$$a + 3b = 2 \times [2 \text{ つの正方形に共有される辺の総数}]$$

となり、これは偶数です。

したがって、正方形の総数

$$a + b = (a + 3b) - 2b$$

は、偶数の差で表されるので、やはり偶数となります。