

中1数学B 2020年度春期 文字式とその応用 宿題解答

§3 大小の評価

H3.1

分配法則を利用して、 $(n+1) \times (n-1)$ を計算すると、

$$\boxed{(n+1)} \times (n-1) = \boxed{(n+1)} \times n - \boxed{(n+1)} \times 1 = n^2 + \cancel{n} - \cancel{n} - 1 = n^2 - 1$$

となります。これより、 $(n+1) \times (n-1) < n^2$ とわかるので、 $n = 98765$ のときを考えれば、 $98766 \times 98764 < 98765^2$ を得ます。これより、 $\boxed{98765^2}$ の方が大きい

H3.2

$a = 4$ のときは $4 < b$ なので、 $\frac{1}{a} = \frac{1}{4}$, $\frac{1}{b} < \frac{1}{4}$ となります。

よって、 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} < \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ です。

$4 < a$ のときも $4 < b$ なので、 $\frac{1}{a} < \frac{1}{4}$, $\frac{1}{b} < \frac{1}{4}$ となります。

よって、 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} < \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ です。

以上より、 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ は $\frac{1}{2}$ よりも小さいです。

H3.3

$\frac{1}{k(k+1)} = \frac{k+1}{k(k+1)} - \frac{k}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ なので、

$$S = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{n+1}$$

$1 - \frac{1}{n+1} < 1$ なので、 $S < 1$ となります。

H3.4

(1) $\frac{2}{4} < \frac{2}{3} < \frac{2}{2}$ なので、 $\frac{2}{3}$ は $\frac{1}{2}$ と $\frac{1}{1}$ の間にある。

$\frac{2}{6} < \frac{2}{5} < \frac{2}{4}$ なので、 $\frac{2}{5}$ は $\frac{1}{3}$ と $\frac{1}{2}$ の間にある。

$\frac{2}{8} < \frac{2}{7} < \frac{2}{6}$ なので、 $\frac{2}{7}$ は $\frac{1}{4}$ と $\frac{1}{3}$ の間にある。

(2) (1)より、 $\frac{2}{3}$ を超えない最大の単位分数は $\frac{1}{2}$ であり、

$\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$ なので、 $\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ と表せる。

(1)より、 $\frac{2}{5}$ を超えない最大の単位分数は $\frac{1}{3}$ であり、

$\frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{6}{15} - \frac{5}{15} = \frac{1}{15}$ なので、 $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ と表せる。

(1)より、 $\frac{2}{7}$ を超えない最大の単位分数は $\frac{1}{4}$ であり、

$\frac{2}{7} - \frac{1}{4} = \frac{8}{28} - \frac{7}{28} = \frac{1}{28}$ なので、 $\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$ と表せる。

(3) $2n < 2n+1$ より $\frac{2}{2n+1} < \frac{2}{2n} = \frac{1}{n}$ です。

$2n+1 < 2n+2 = 2(n+1)$ より $\frac{2}{2n+1} > \frac{2}{2(n+1)} = \frac{1}{n+1}$ です。

以上より、 $\frac{1}{n+1} < \frac{2}{2n+1} < \frac{1}{n}$ です。

(4) (3)より、 $\frac{2}{2n+1}$ を超えない最大の単位分数は $\frac{1}{n+1}$ なので、

$\frac{2}{2n+1}$ から $\frac{1}{n+1}$ を引いてみると、

$$\frac{2}{2n+1} - \frac{1}{n+1} = \frac{2(n+1) - (2n+1)}{(2n+1)(n+1)} = \frac{2n+2-2n-1}{(2n+1)(n+1)} = \frac{1}{(2n+1)(n+1)}$$

これより、

$\frac{2}{2n+1} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{(2n+1)(n+1)}$ と表せることがわかります。