

中1数学B 2020年度春期 文字式とその応用 宿題解答

§4 数列

H4.1

$$\begin{array}{rcl}
 V & = & \boxed{1} + \boxed{3} + \boxed{5} + \cdots + \boxed{(2n-3)} + \boxed{(2n-1)} \\
 +) \quad V & = & \boxed{(2n-1)} + \boxed{(2n-3)} + \boxed{(2n-5)} + \cdots + \boxed{3} + \boxed{1} \\
 \hline
 2 \times V & = & \boxed{2n} + \boxed{2n} + \boxed{2n} + \cdots + \boxed{2n} + \boxed{2n}
 \end{array}$$

より、 $2 \times V = 2n \times n$ となるので、 $V = \frac{1}{2} \times 2 \times n \times n = \boxed{n^2}$

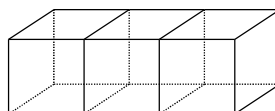
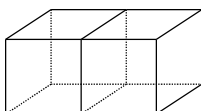
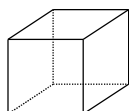
H4.2

1 番目は 12 本で、その後 8 本ずつ増えていくので、 n 番目の本数は、

$$12 + \underbrace{8 + 8 + \cdots + 8}_{n-1 \text{ 個の和}} = 12 + 8 \times (n-1)$$

$$= 12 + 8n - 8$$

$$= \boxed{8n + 4}$$



H4.3

(1) 1 番目が $\boxed{13}$, 2 番目が $\boxed{16}$, 3 番目が $\boxed{19}$, 4 番目が $\boxed{22}$, 5 番目が $\boxed{25}$

(2) 100 番目は、 $13 + \underbrace{3 + 3 + \cdots + 3}_{100-1 \text{ 個の和}} = 13 + 3 \times (100 - 1) = 13 + 300 - 3 = \boxed{310}$

(3) n 番目は、 $13 + \underbrace{3 + 3 + \cdots + 3}_{n-1 \text{ 個の和}} = 13 + 3 \times (n - 1) = 13 + 3n - 3 = \boxed{3n + 10}$

(4) $n - 1$ 番目は、 $13 + \underbrace{3 + 3 + \cdots + 3}_{n-2 \text{ 個の和}} = 13 + 3 \times (n - 2) = 13 + 3n - 6 = \boxed{3n + 7}$

$n + 1$ 番目は、 $13 + \underbrace{3 + 3 + \cdots + 3}_n = 13 + 3 \times n = 13 + 3n = \boxed{3n + 13}$

(注) (3)の結果の n をそれぞれ $n - 1, n + 1$ に取り換えて、

$$n - 1 \text{ 番目は、} 3(n - 1) + 10 = 3n - 3 + 10 = \boxed{3n + 7}$$

$$n + 1 \text{ 番目は、} 3(n + 1) + 10 = 3n + 3 + 10 = \boxed{3n + 13}$$

と求めることもできます。あるいは、

$$n - 1 \text{ 番目は } n \text{ 番目 } 3n + 10 \text{ の } 1 \text{ つ手前なので、} 3n + 10 - 3 = \boxed{3n + 7}$$

$$n + 1 \text{ 番目は } n \text{ 番目 } 3n + 10 \text{ の } 1 \text{ つ後なので、} 3n + 10 + 3 = \boxed{3n + 13}$$

と求めることもできます。

H4.4

(1) $f(1)=2, f(2)=4, f(3)=7, f(4)=11$

(2) (1)の結果を見ていると、

$$f(k+1)=f(k)+k+1 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

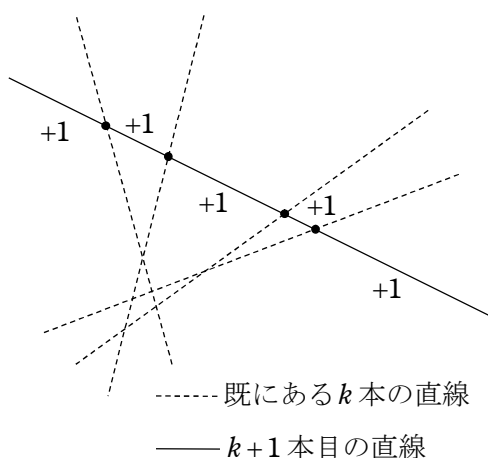
という関係が予想されます。
このことをきちんと説明してみましょう。

平面上に条件を満たすように既に k 本の直線が引かれており、 $f(k)$ 個の領域に分割されているとしましょう。

ここに、条件を満たすように $k+1$ 本目の直線を引くことを考えます。

$k+1$ 本目の直線は、既に引かれている k 本の直線と交わるので、 k 個の交点をもち、それらによって $k+1$ 個の部分 ($k-1$ 個の線分と 2 個の半直線) に分けられます。その 1 つ 1 つが新しく領域を 1 つずつ増やすので、全部で $k+1$ 個の領域が増えます。

したがって、 $k+1$ 本目の直線を引いた後の領域の個数 $f(k+1)$ と引く前の領域の個数 $f(k)$ を比べると $k+1$ 個だけ増えるので、 $\textcircled{1}$ が成り立つことが分かります。



(3) $\textcircled{1}$ を繰り返し利用すれば、

$$f(2)=f(1)+2$$

$$f(3)=f(2)+3=f(1)+2+3$$

$$f(4)=f(3)+4=f(1)+2+3+4$$

$\vdots$

$$f(n)=f(1)+2+3+4+\cdots+n$$

$$=2+2+3+4+\cdots+n$$

$$=1+(1+2+3+4+\cdots+n)$$

$$=1+\frac{1}{2}n(n+1) \quad (\text{問4.1(2)の結果より})$$

$$=\boxed{\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}n+1}$$

となります。