2019中1数学A 夏期前期 平面幾何入門 §3 合同公理 本問解答

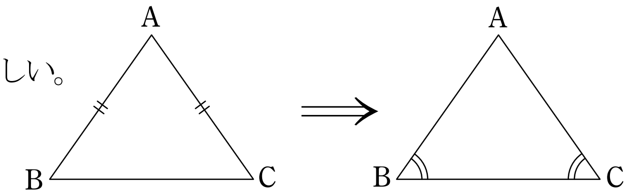
※ 欠席してしまった場合は、問3.1, 問3.3, 問3.4 およびその下の囲み（三角形の合同条件）を自分で確認し、p.35 の宿題 H3.1 に取り組んで提出してください。余裕があれば全問解きましょう。

問3.1

底角定理（二等辺三角形の性質）

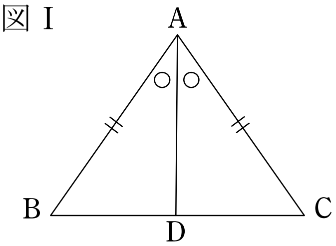
△ABC において、二辺が等しいなら底角が等しい。

すなわち、AB＝AC ならば ∠ABC＝∠ACB



(1) 図 I を仮定して証明を始めると、
二辺夾角相等の公理が使えます。

図 I



(2) ∠BAC の二等分線と辺 BC の交点を D とする。

［仮定］AB＝AC ……① , ∠BAD＝∠CAD ……②

［結論］∠ABC＝∠ACB

［証明］△ABD と△ACD において、

AB＝AC ……①

∠BAD＝∠CAD ……②

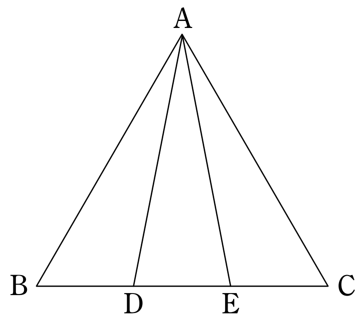
AD＝AD（ 共通 ）……③

①②③より、△ABD ≡ △ACD（ 二辺夾角相等 ）……④

よって、④より、∠ABD＝∠ACD（ 対応角 ）

つまり、∠ABC＝∠ACB (q.e.d.)

問3.2



［仮定］AB=AC ……①

BD=CE ……②

［結論］AD=AE

［証明］△ABD と△ACE において、

AB ＝ AC ……①

BD ＝ CE ……②

①より、

∠ABD ＝ ∠ACE（ 底角定理 ）……③

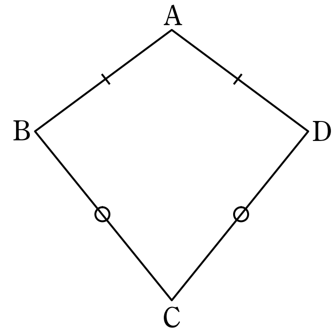
①②③より、

△ABD≡△ACE（ 二辺夾角相等 ）

よって、AD ＝ AE（合同の対応辺） (q.e.d.)

問3.3

［仮定］ AB=AD ……………………………①
CB=CD ……………………………②



(1)

［結論］ ∠ABC=∠ADC

［証明］ △ABD において、

①より、

∠ABD=∠ ADB （ 底角定理 ） …… ③

△CBD において、

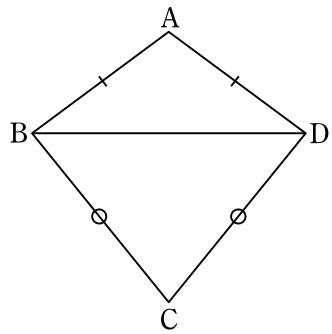
②より、

∠ CBD =∠ CDB （ 底角定理 ） …… ④

③④より、

∠ABD+∠ CBD =∠ ADB +∠ CDB

よって、∠ ABC =∠ ADC …… ⑤ (q.e.d.)



(2)

［結論］ △ABC≡△ADC

［証明］ △ABC と△ ADC において、

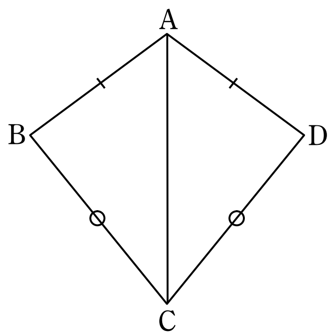
AB= AD …… ①

CB= CD …… ②

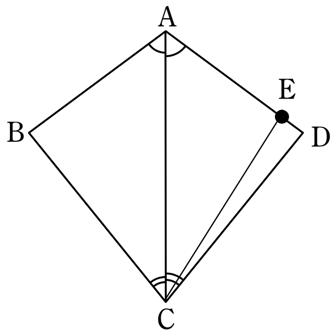
∠ ABC =∠ ADC …… ⑤

①②⑤より、

△ ABC ≡△ ADC （ 二辺夾角相等 ） (q.e.d.)



問3.4



［仮定］$\angle BAC = \angle DAC$ ……………………… ①

$\angle BCA = \angle DCA$ ……………………… ②

［結論］$\triangle ABC \equiv \triangle ADC$

［証明］

(1) $AB < AD$ ……………………………… ③

を仮定する。このとき、AD 上に、

$AE = AB$ ……………………………… ④

となる点 E をとると、③④より、

$\angle ECA < \angle DCA$ ……………………… ⑤

ここで、$\triangle ABC$ と $\triangle AEC$ において、

$AB = AE$ ……………………… ④

$AC = AC$ （ 共通 ）……………… ⑥

①より、$\angle BAC = \angle EAC$ ……………… ⑦

④⑥⑦より、$\triangle ABC \equiv \triangle AEC$（ 二辺夾角相等 ）……⑧

⑧より、$\angle BCA = \angle ECA$（ 対応角 ） ……⑨

②⑨より、$\angle ECA = \angle DCA$ となるが、これは⑤と矛盾する。

(2) $AB > AD$ を仮定しても、(1)と同様に矛盾が起きるので、背理法により、

$AB = AD$ ……………………………… ⑩

が導ける。

(3) $\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ において、

$AB = AD$ ……………………………… ⑩

$AC = AC$ （ 共通 ）……………………… ⑪

$\angle BAC = \angle DAC$ ……………………… ①

⑩⑪①より、$\triangle ABC \equiv \triangle ADC$（ 二辺夾角相等 ） (q.e.d.)