

中1数学 2019年夏期講習 平面幾何入門B 本問解答

§2 論証の基礎

※ 欠席してしまった場合は、問2.1, 問2.2, 問2.3を自分で確認し、p.22, 23の宿題H2.2に取り組んで提出してください。余裕があれば全問解きましょう。

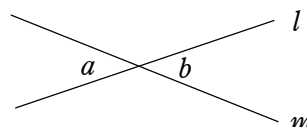
問2.1

下記の定理の証明の空白部分を埋めよ。

対頂角定理

2直線が交わってできる対頂角は等しい。

すなわち、 l, m が直線で、対頂角を a, b で表すと $a = b$ である。



[仮定] l は直線 ……① m は直線 ……②

[結論] $a = b$

[証明]

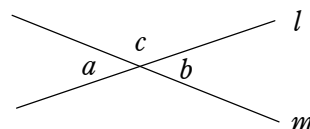
図のように、 c をとる。

仮定①より、 $a + c = 180^\circ$ ($\because$ 平角定理) ……③

仮定②より、 $c + b = 180^\circ$ ($\because$ 平角定理) ……④

③④より、 $a + c = c + b$ ($\because$ 代数法則)

$\therefore a = b$ ($\because$ 代数法則) (q.e.d.)



問2.2

[仮定] $l \parallel m$ ①

[結論] $a = b$

[証明]

図のように角 c をとる。

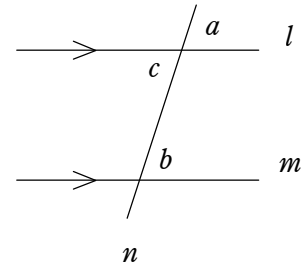
$$c = a \quad (\text{対頂角定理}) \quad \dots\dots ②$$

一方、①より、

$$c = b \quad (\text{錯角定理}) \quad \dots\dots ③$$

②③より、

$$a = b \quad (\text{代数法則}) \quad (\text{q.e.d.})$$



問2.3

[仮定] $a = b$ ①

[結論] $l \parallel m$

[証明]

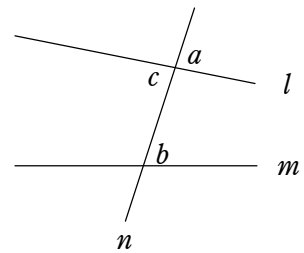
図のように角 c をとる。

$$a = c \quad (\text{対頂角定理}) \quad \dots\dots ②$$

①②より、

$$c = b \quad (\text{代数法則})$$

$$\therefore l \parallel m \quad (\text{錯角定理}) \quad (\text{q.e.d.})$$



問2.4

定理B1 MIが「ことば」であるならば、MIIIIUは「ことば」である。

[仮定] MIが「ことば」である。 …… ①

[結論] MIIIIUは「ことば」である。

[証明] ①より、MIIは「ことば」である。 (公理 A2) …… ②

②より、MIIIIは「ことば」である。 (公理 A2) …… ③

③より、MIIIIUは「ことば」である。 (公理 A1) (q.e.d.)

定理B2 MIが「ことば」であるならば、MUIIUは「ことば」である。

[仮定] MIが「ことば」である。 …… ①

[結論] MUIIUは「ことば」である。

[証明] ①より、MIIは「ことば」である。 (公理 A2)

よって、MIIIIは「ことば」である。 (公理 A2)

よって、MIIIIUは「ことば」である。 (公理 A1)

よって、MUIUは「ことば」である。 (公理 A3)

よって、MUIUUIU「ことば」である。 (公理 A2)

よって、MUIIUは「ことば」である。 (公理 A4) (q.e.d.)

問2.5

(1) 証明の1行目から3行目が、定理B1の証明と同じである。

(2) 問2.3の定理B2の証明は以下のように簡略化できます。

[証明] ①より、MIIIIUは「ことば」である。 (定理B1)

よって、MUIUは「ことば」である。 (公理 A3)

よって、MUIUUIU「ことば」である。 (公理 A2)

よって、MUIIUは「ことば」である。 (公理 A4) (q.e.d.)

問2.6

[仮定] $\angle ABC = 180^\circ$ ①

[結論] A, B, C はこの順に一直線上

[証明]

A, B, C がこの順に一直線上にないと仮定すると、

A, B, D がこの順に一直線上②

にあるような点 D で、

$\angle CBD \neq 0^\circ$ ③

となるものがとれる。

②より、 $\angle ABD = 180^\circ$ (直線の性質)④

①④より、 $\angle CBD = \angle ABD - \angle ABC = 180^\circ - 180^\circ = 0^\circ$

これは③に矛盾する。

よって、示すべき結論は示せた。

(q.e.d.)

