

# 中1数学 2019年夏期講習 平面幾何入門B 本問解答

## §3 合同公理

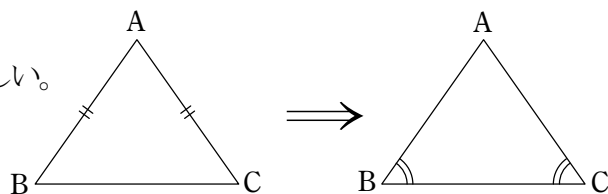
※ 欠席してしまった場合は、問3.1, 問3.3, 問3.4を自分で確認し、p.32, 33の宿題H3.1, H3.2に取り組んで提出してください。余裕があれば全問解きましょう。

### 問3.1

#### 底角定理（二等辺三角形の性質）

△ABCにおいて、二辺が等しいなら底角が等しい。

すなわち、 $AB=AC$  ならば  $\angle ABC = \angle ACB$



$\angle BAC$  の二等分線と辺  $BC$  の交点を  $D$  とする。

[仮定]  $AB = AC$  ……①,  $\angle BAD = \angle CAD$  ……②

[結論]  $\angle ABC = \angle ACB$

[証明] △ABD と △ACD において、

$AB = AC$  ……………①

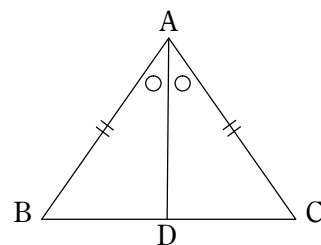
$\angle BAD = \angle CAD$  ……………②

$AD = AD$  ( 共通 ) ……………③

①②③より、△ABD ≡ △ACD ( 二辺夾角相等 ) …… ④

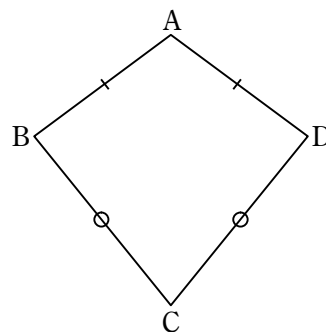
よって、④より、 $\angle ABD = \angle ACD$  ( 対応角 )

つまり、 $\angle ABC = \angle ACB$  (q.e.d.)



## 問3.2

- [仮定]  $AB=AD$  .....①  
 $CB=CD$  .....②

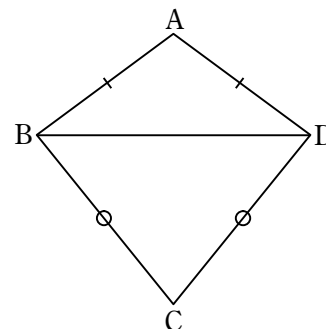


(1)

[結論]  $\angle ABC = \angle ADC$

[証明]

- ①より、 $\angle ABD = \angle ADB$  (底角定理) .....③  
 ②より、 $\angle CBD = \angle CDB$  (底角定理) .....④  
 ③④より、  
 $\angle ABD + \angle CBD = \angle ADB + \angle CDB$  .....⑤  
 ⑤より、 $\angle ABC = \angle ADC$  .....⑥



(q.e.d.)

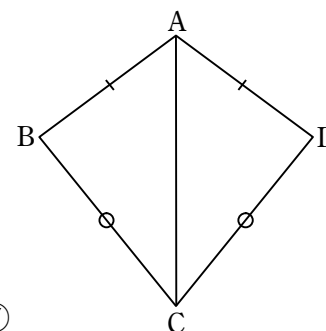
(2)

[結論]  $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$

[証明]

$\triangle ABC$  と  $\triangle ADC$  において、

- $AB = AD$  .....①  
 $CB = CD$  .....②  
 $\angle ABC = \angle ADC$  ( (1)の結論 ) .....⑥  
 ①②⑥より、 $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$  ( 二辺夾角相等 ) .....⑦



(q.e.d.)

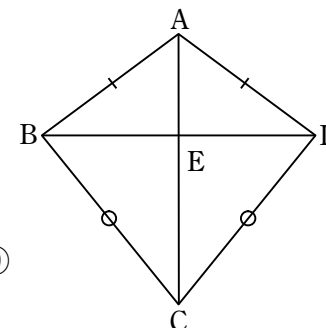
(3)

[結論] AC と BD の交点 E は、線分 BD の中点である

[証明]

$\triangle ABE$  と  $\triangle ADE$  において、

- $AB = AD$  .....①  
 $AE = AE$  ( 共通 ) .....②  
 ⑦より、 $\angle BAE = \angle DAE$  ( 対応角 ) .....⑧  
 ①②⑧より、 $\triangle ABE \equiv \triangle ADE$  ( 二辺夾角相等 ) .....⑨  
 ⑨より、 $BE = DE$  ( 対応辺 )  
 よって、E は線分 BD の中点である。



(q.e.d.)

(注)  $\triangle CBE \equiv \triangle CDE$  を証明することで解決してもよいです。

### 問3.3

[仮定]  $\angle BAC = \angle DAC$  ..... ①

$\angle BCA = \angle DCA$  ..... ②

[結論]  $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$

[証明]

(1)  $AB < AD$  ..... ③

を仮定する。このとき、AD 上に、

$AE = AB$  ..... ④

となる点 E をとると、③④より、

$\angle ECA < \angle DCA$  ..... ⑤

ここで、 $\triangle ABC$  と  $\triangle AEC$  において、

$AB = AE$  ..... ④

$AC = AC$  ( 共通 ) ..... ⑥

①より、 $\angle BAC = \angle EAC$  ..... ⑦

④⑥⑦より、 $\triangle ABC \equiv \triangle AEC$  ( 二辺夾角相等 ) ..... ⑧

⑧より、 $\angle BCA = \angle ECA$  ( 対応角 ) ..... ⑨

②⑨より、 $\angle ECA = \angle DCA$  となるが、これは⑤と矛盾する。

(2)  $AB > AD$  を仮定しても、(1)と同様に矛盾が起きるので、背理法により、

$AB = AD$  ..... ⑩

が導ける。

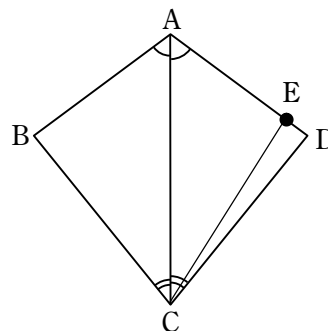
(3)  $\triangle ABC$  と  $\triangle ADC$  において、

$AB = AD$  ..... ⑩

$AC = AC$  ( 共通 ) ..... ⑪

$\angle BAC = \angle DAC$  ..... ①

⑩⑪①より、 $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$  ( 二辺夾角相等 ) (q.e.d.)



### 問3.4

[仮定]  $AB=CD$  ……①,  $BC=DA$  ……②

[結論]  $\angle ABC=\angle CDA$ ,  $\angle BAD=\angle BCD$

[証明]

$\triangle ABC$  と  $\triangle CDA$  において、

$$AB = CD \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$BC = DA \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$AC = CA \quad (\text{共通}) \dots\dots \textcircled{3}$$

①②③より、 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$  ( 三辺相等 ) ……④

④より、 $\angle ABC = \angle CDA$  ( 対応角 )

これより、結論の一つが示せた。また、

④より、 $\angle BAC = \angle DCA$  ( 対応角 ) ……⑤

④より、 $\angle BCA = \angle DAC$  ( 対応角 ) ……⑥

⑤⑥より、 $\angle BAC + \angle DAC = \angle BCA + \angle DCA$  ……⑦

⑦より、 $\angle BAD = \angle BCD$

これより、もう一つの結論が示せた。 (q.e.d.)

