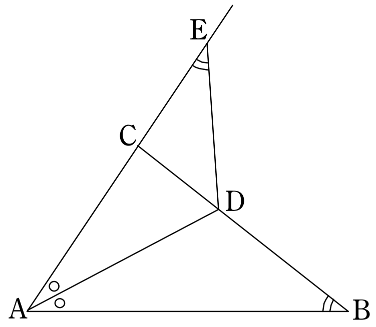
中1数学　2019年度　夏期講習　合同とその応用A　本問解答
§1　合同の証明と特別な形の図形

※　欠席してしまった場合は、問 1.2, 問 1.4 , 問 1.5 を自分で確認し、p.13 の宿題 H1.2 に取り組んで提出してください。余裕があれば全問解きましょう。

問1.1



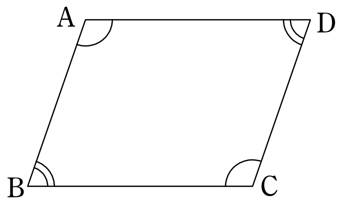
［仮定］AD は∠A の 2 等分線 ……………………①
　　　　∠AED＝∠ABD……………………………②
［結論］ AB＝AE

［証明］△ABD と△ $\boxed{\text{AED}}$ において、
　①より、　∠ $\boxed{\text{BAD}}$ ＝ ∠ $\boxed{\text{EAD}}$ …………③
　∠ADB = 180° − ∠ $\boxed{\text{ABD}}$ − ∠ $\boxed{\text{BAD}}$ （△ABD で内角定理）……④
　∠ADE = 180° − ∠ $\boxed{\text{AED}}$ − ∠ $\boxed{\text{EAD}}$ （△AED で内角定理）……⑤
　②③④⑤より、∠ $\boxed{\text{ADB}}$ ＝ ∠ $\boxed{\text{ADE}}$ ……………………………………⑥
　また、 $\boxed{\text{AD}}$ ＝ $\boxed{\text{AD}}$ （共通）……………………………………⑦
　③⑥⑦より、△ABD≡△ $\boxed{\text{AED}}$ （ $\boxed{\text{二角夾辺相等}}$ ）
　よって、AB = AE（合同の対応辺）　(q.e.d.)

（注）⑥の代わりに②を使って
　「②③⑦より、△ABD≡△AED（ 二角一対辺相等 ）」
　としてもかまいません。すると④⑤のようにして⑥を示す部分が不要になります。

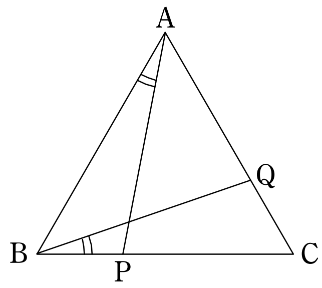
問1.2

［仮定］　∠A＝∠C ……………………………………①
　　　　∠B＝∠D ……………………………………②
［結論］　AB // DC , AD // BC
［証明］四角形 ABCD の内角の和に注目して、
　　∠A＋∠B＋∠C＋∠D＝ $\boxed{360°}$ ……………③
　①②を③に代入すると、
　　∠A＋∠D＋∠A＋∠D＝ $\boxed{360°}$
　∴ ∠A＋∠D＝ $\boxed{180°}$
　∴ $\boxed{\text{AB}}$ // $\boxed{\text{DC}}$ （ $\boxed{\text{同側内角定理}}$ ）
　同様に、①②③より、
　　∠A＋∠B＋∠A＋∠B＝ $\boxed{360°}$
　∴ ∠A＋∠B＝ $\boxed{180°}$
　∴ $\boxed{\text{AD}}$ // $\boxed{\text{BC}}$ （ $\boxed{\text{同側内角定理}}$ ）　(q.e.d.)



問1.3

［仮定］△ABC は正三角形 ....①
　　　　∠BAP＝∠CBQ ....②



［結論］BP ＝ CQ

［証明］△ABP と△BCQ において、
　　　　∠BAP ＝ ∠CBQ ....②
　　　　①より、 $\boxed{\mathrm{AB}}$ ＝ $\boxed{\mathrm{BC}}$ ....③
　　　　①より、 $\boxed{\angle\mathrm{ABP}}$ ＝ $\boxed{\angle\mathrm{BCQ}}$ ....④
　　　　②③④より、△ABP≡△BCQ（ $\boxed{\text{二角夾辺相等}}$ ）
　　　　∴　BP ＝ CQ（合同の対応辺）　　(q.e.d.)

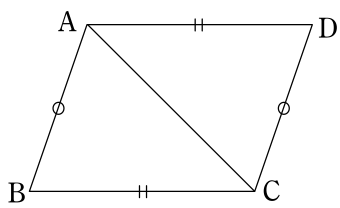
問1.4

(1)　錯角定理、同位角定理、同側内角定理（6 ページ参照）

(2)

(i)

［仮定］　AB＝CD ....①
　　　　　AD＝CB ....②



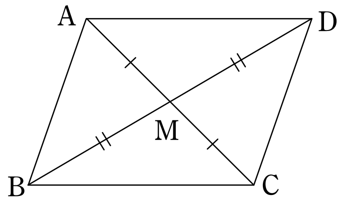
［結論］　AB // DC , AD // BC

［証明］△ABC と△CDA において、
　　　　AB＝CD ....①
　　　　AD＝CB ....②
　　　　また、 $\boxed{\mathrm{CA}}$＝$\boxed{\mathrm{AC}}$ （共通） ....③
　　　　①②③より、△ABC≡△CDA（ $\boxed{\text{三辺相等}}$ ） ....④
　　　　④より∠BAC＝$\boxed{\angle\mathrm{DCA}}$ （合同の対応角）なので、
　　　　$\boxed{\mathrm{AB}}$ // $\boxed{\mathrm{DC}}$ （錯角定理）
　　　　④より∠BCA＝$\boxed{\angle\mathrm{DAC}}$ （合同の対応角）なので、
　　　　$\boxed{\mathrm{AD}}$ // $\boxed{\mathrm{BC}}$ （錯角定理）　　(q.e.d.)

(3)

(iii)

［仮定］　対角線が中点で交わる……………………………①



［結論］　AB // DC , AD // BC

［証明］四角形 ABCD の対角線の交点を M とする。

$\triangle$ABM と$\triangle$CDM において、

①より、 AM = CM ……………………………………②

①より、 BM = DM ……………………………………③

また、$\angle$AMB = $\angle$CMD （ 対頂角定理 ） ………………④

②③④より、$\triangle$ABM ≡ $\triangle$CDM （ 二辺夾角相等 ）

よって、$\angle$BAM = $\angle$DCM （合同の対応角）

ゆえに、AB // DC （ 錯角定理 ）

となり、結論の一つが示された。

$\triangle$ADM と$\triangle$CBM において、

$\angle$AMD = $\angle$CMB （ 対頂角定理 ） ……………⑤

②③⑤より、$\triangle$ADM ≡ $\triangle$CBM （ 二辺夾角相等 ）

よって、$\angle$ADM = $\angle$CBM （合同の対応角）

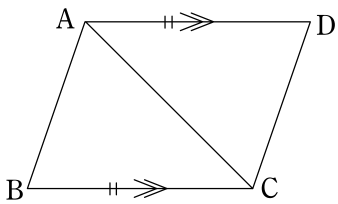
ゆえに、AD // BC （ 錯角定理 ）

となり、もう一つの結論が示された。　　　　　　(q.e.d.)

(iv)

［仮定］　BC // DA ……………………………………………… ①

　　　　BC=DA ……………………………………………… ②



［結論］　$\boxed{\text{AB}}$ // $\boxed{\text{DC}}$ （結論はひとつ）

［証明］$\triangle$ABC と$\triangle$CDA において、

BC = DA ………………………………………………… ②

①より、$\angle$BCA = $\angle$DAC （ 錯角定理 ） ………………③

また、　CA = AC （ 共通 ） ……………………………………④

②③④より、$\triangle$ABC ≡ $\triangle$CDA （ 二辺夾角相等 ）

よって、$\angle$BAC = $\angle$DCA （合同の対応角） ………………⑤

⑤より、AB // DC （ 錯角定理 ）　　　　(q.e.d.)

問1.5

(i)

［仮定］∠BAD＝∠CAD ....①

AD⊥BC ....②

［結論］AB＝AC

［証明］△ABD と△ACD において、

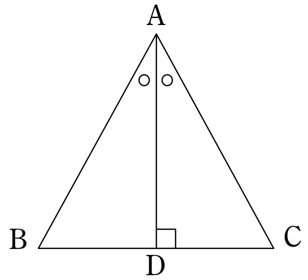
∠BAD＝∠CAD ....①

②より、∠BDA＝∠CDA（=90°） ....③

また、 AD=AD（ 共通 ） ....④

①③④より、△ABD≡△ACD（ 二角夾辺相等 ）

よって、 AB=AC（ 合同の対応辺 ） (q.e.d.)



(ii)

［仮定］ AD⊥BC ....①

BD= CD ....②

［結論］ AB=AC

［証明］△ABD と△ACD において、

BD=CD ....②

①より、∠ADB＝∠ADC（=90°） ....③

また、 AD=AD（ 共通 ） ....④

②③④より、△ABD≡△ACD（ 二辺夾角相等 ）

よって、 AB=AC（ 合同の対応辺 ） (q.e.d.)