

中1数学 2019年度 夏期講習 合同とその応用A 本問解答

§2 合同を利用しよう

※ 欠席してしまった場合は、問 2.1, 問 2.2 を自分で確認し、p.17 の宿題 H2.1, H2.2 に取り組んで提出してください。余裕があれば全問解きましょう。

問2.1

[仮定] $\angle BAC = 90^\circ$ ①

$AH \perp BC$ ②

[結論] $\angle HAC = \angle ABH$

[証明] $\angle HAC = \angle BAC - \angle \boxed{BAH}$

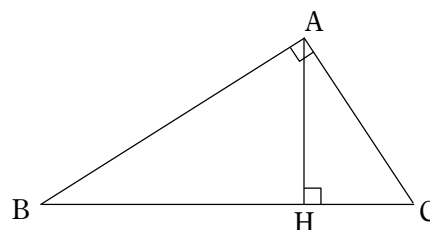
$= [90]^\circ - \angle \boxed{BAH}$ (①より) ③

一方、 $\triangle ABH$ において、

$\angle ABH = \angle \boxed{AHC} - \angle \boxed{BAH}$ (外角定理)

$= [90]^\circ - \angle \boxed{BAH}$ (②より) ④

③④より、 $\angle HAC = \angle ABH$ (q.e.d.)



問2.2

[仮定] ABCD は正方形 ①

$BP = CQ$ ②

(1)

[結論] $\triangle ABP \equiv \triangle BCQ$

[証明] $\triangle ABP$ と $\triangle BCQ$ において、

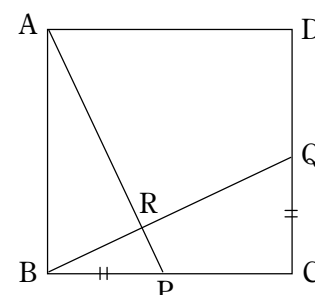
$BP = CQ$ ②

①より、 $AB = BC$ ③

①より、 $\angle ABP = \angle BCQ$ ($= 90^\circ$) ④

②③④より、 $\triangle ABP \equiv \triangle BCQ$ (二辺夾角相等) ⑤

(q.e.d.)



(2)

[結論] $\angle ARQ = 90^\circ$

[証明] $\angle ARQ = \angle BAR + \angle ABR$ ($\triangle ABR$ で外角定理) ⑥

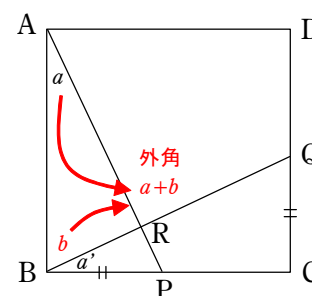
⑤より、 $\angle BAR = \angle CBQ$ (合同の対応角) ⑦

また、 $\angle ABC = \angle CBQ + \angle ABR$ ⑧

⑥⑦⑧より、 $\angle ARQ = \angle ABC$ ⑨

①より、 $\angle ABC = 90^\circ$ ⑩

⑨⑩より、 $\angle ARQ = 90^\circ$ (q.e.d.)



問2.3

[仮定] ABCD は正方形..... ①

CH ⊥ AP ②

(1)

[結論] $\triangle APD \equiv \triangle CPD$

[証明] $\triangle APD$ と $\triangle CPD$ において、

①より、 $AD = CD$ ③

ここで、

$\angle ADP = 180^\circ - \angle ADB$ (平角定理) ④

$\angle CDP = 180^\circ - \angle CDB$ (平角定理) ⑤

であり、①より、BD は正方形の対角線なので、

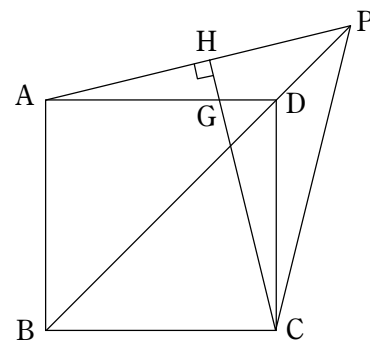
$\angle ADB = \angle CDB$ ⑥

であるから、④⑤⑥より、

$\angle ADP = \angle CDP$ ⑦

また、 $DP = DP$ (共通) ⑧

③⑦⑧より、 $\triangle APD \equiv \triangle CPD$ (二辺夾角相等) ⑨ (q.e.d.)



(2)

[結論] $\angle PCD = \angle GCD$

[証明] $\triangle AGH$ と $\triangle CDG$ の外角 $\angle AGC$ に注目すると、

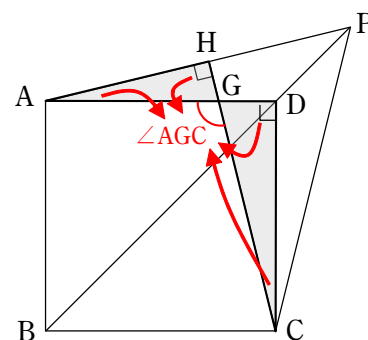
$\angle GAH + \angle AHG = \angle GCD + \angle CDG$ (外角定理)

よって、 $\angle GAH + 90^\circ = \angle GCD + 90^\circ$ (①②より)

ゆえに、 $\angle GAH = \angle GCD$ ⑩

⑨より、 $\angle GAH = \angle PCD$ (合同の対応角) ⑪

⑩⑪より、 $\angle PCD = \angle GCD$ (q.e.d.)



問2.4

[仮定] ACDE は正方形 ①
BCFG は正方形 ②

(1)

[結論] $\triangle BCD \equiv \triangle FCA$

[証明] $\triangle BCD$ と $\triangle FCA$ において、

①より、 $CD=CA$ ③

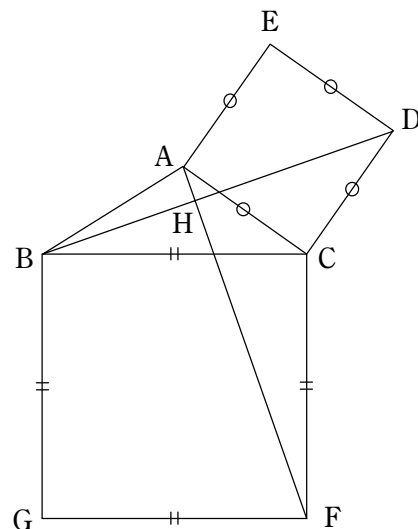
②より、 $BC=FC$ ④

①②より、 $\angle ACD = \angle BCF (=90^\circ)$

よって、 $\angle ACD + \angle BCA = \angle BCF + \angle BCA$

ゆえに、 $\angle BCD = \angle FCA$ ⑤

③④⑤より、 $\triangle BCD \equiv \triangle FCA$ (二辺夾角相等) ⑥ (q.e.d.)



(2)

[結論] $\angle BHF = 90^\circ$

[証明] AF と BC の交点を R とおく。

⑥より、 $\angle CBD = \angle CFA$ (合同の対応角) ⑦

$\triangle BHR$ と $\triangle CFR$ の外角 $\angle BRF$ に注目すると、

$\angle CBD + \angle BHF = \angle CFA + \angle FCB$ (外角定理)

よって、 $\angle CBD + \angle BHF = \angle CBD + 90^\circ$ (②⑦より)

ゆえに、 $\angle BHF = 90^\circ$ (q.e.d.)

