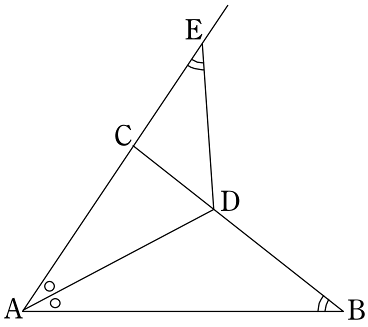
中1数学　2019年度　夏期講習　合同とその応用B　本問解答
§1　合同の証明と特別な形の図形

※　欠席してしまった場合は、問 1.1 ～ 問 1.3 を自分で確認し、p.13 の宿題に取り組んで提出してください。余裕があれば全問解きましょう。

問1.1

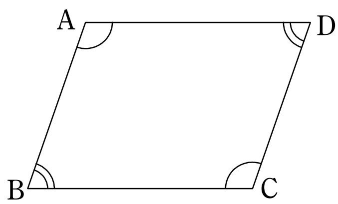


［仮定］AD は∠A の 2 等分線 ……………………… ①
　　　　∠AED＝∠ABD……………………………… ②
［結論］ AB＝AE

［証明］△ABD と△AED において、
　①より、　∠BAD ＝ ∠EAD…………………………… ③
　∠ADB ＝ 180° － ∠ABD － ∠BAD（△ABD で内角定理）………………………④
　∠ADE ＝ 180° － ∠AED － ∠EAD（△AED で内角定理）………………………⑤
　②③④⑤より、∠ADB ＝ ∠ADE ……………………………………………………⑥
　また、　　　　　AD ＝AD（共通）…………………………………………………⑦
　③⑥⑦より、△ABD≡△AED（ 二角夾辺相等 ）
　よって、AB ＝ AE（合同の対応辺）　　　　　　　　　　　　(q.e.d.)

（注）⑥の代わりに②を使って
　　「②③⑦より、△ABD≡△AED（ 二角一対辺相等 ）」
　　としてもかまいません。すると④⑤のようにして⑥を示す部分が不要になります。

問1.2



［仮定］　∠A＝∠C ……………………………………①
　　　　∠B＝∠D ……………………………………②
［結論］　AB // DC , AD // BC
［証明］四角形 ABCD の内角の和に注目して、
　　　∠A＋∠B＋∠C＋∠D＝360°　………………③
　　①②を③に代入すると、
　　　∠A＋∠D＋∠A＋∠D＝360°
　　∴ ∠A＋∠D＝180°
　　∴ AB // DC（ 同側内角定理 ）
　　同様に、①②③より、
　　　∠A＋∠B＋∠A＋∠B＝360°
　　∴ ∠A＋∠B＝180°
　　∴ AD // BC（ 同側内角定理 ）　　(q.e.d.)

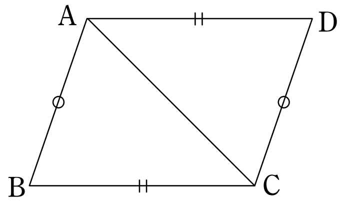
問1.3

(i)

［仮定］　AB＝CD ……………………………………①
　　　　　AD＝CB ……………………………………②

［結論］　AB // DC , AD // BC

［証明］△ABC と△CDA において、
　　　　　　AB＝CD ……………………………①
　　　　　　②より、CB＝AD …………………②'
　　　また、　CA＝AC（共通）……………………③
　　　①②'③より、△ABC≡△CDA（ 三辺相等 ）…………④
　　　④より∠BAC＝∠DCA（合同の対応角）なので、
　　　　　　AB // DC（錯角定理）
　　　④より∠BCA＝∠DAC（合同の対応角）なので、
　　　　　　AD // BC（錯角定理）　　　　　(q.e.d.)



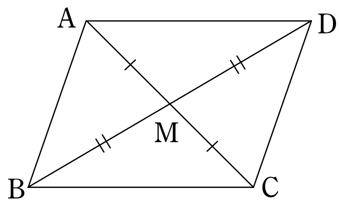
(iii)

［仮定］　対角線が中点で交わる……………………………①

［結論］　AB // DC , AD // BC

［証明］四角形 ABCD の対角線の交点を M とする。
　　　△ABM と△CDM において、
　　　①より、AM＝CM ……………………………………②
　　　①より、BM＝DM ……………………………………③
　　　また、∠AMB＝∠CMD（ 対頂角定理 ）………………④
　　　②③④より、△ABM≡△CDM（ 二辺夾角相等 ）
　　　よって、∠BAM＝∠DCM（合同の対応角）
　　　ゆえに、AB // DC（ 錯角定理 ）
　　　となり、結論の一つが示された。

　　　△ADM と△CBM において、
　　　　　　∠AMD＝∠CMB（ 対頂角定理 ）……………⑤
　　　②③⑤より、△ADM≡△CBM（ 二辺夾角相等 ）
　　　よって、∠ADM＝∠CBM（合同の対応角）
　　　ゆえに、AD // BC（ 錯角定理 ）
　　　となり、もう一つの結論が示された。　　　　(q.e.d.)

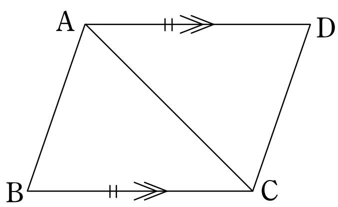


(iv)

［仮定］　BC // DA ………………………………………………①
　　　　　BC＝DA ………………………………………………②

［結論］　$\boxed{\mathrm{AB}}$ // $\boxed{\mathrm{DC}}$（結論はひとつ）

［証明］△ABC と△CDA において、
　　　　　　BC＝DA …………………………………………②
　　　①より、∠BCA＝∠DAC（ 錯角定理 ）……………③
　　　また、　CA＝AC（ 共通 ）……………………………④
　　　②③④より、△ABC≡△CDA（ 二辺夾角相等 ）
　　　よって、∠BAC＝∠DCA（合同の対応角）…………⑤
　　　⑤より、AB // DC（ 錯角定理 ）　　　　(q.e.d.)

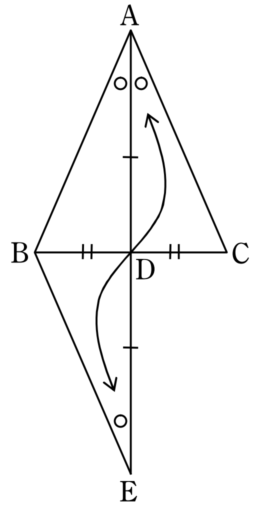


問1.4

［仮定］ $BD=CD$ .... ①

$\angle BAD=\angle CAD$ .... ②

［結論］ $AB=AC$



［証明］

AD の D 側の延長上に、

$AD=ED$ .... ③

となる点 E を取る。

△ACD と△EBD において、

$\angle ADC=\angle EDB$ （対頂角定理） .... ④

①③④より、$\triangle ACD\equiv\triangle EBD$ （二辺夾角相等） .... ⑤

⑤より、 $\angle CAD=\angle BED$ （合同の対応角） .... ⑥

②⑥より、$\angle BAD=\angle BED$ .... ⑦

⑦より、 $AB=EB$ （底角定理） .... ⑧

⑤より、 $AC=EB$ （合同の対応辺） .... ⑨

⑧⑨より、 $AB=AC$ (q.e.d.)