

中1数学 2019年度 夏期講習 合同とその応用B 宿題解答 §4 総合演習

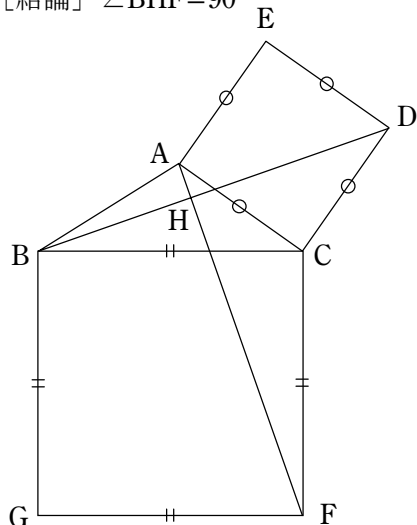
H4.1

[仮定]

ACDE は正方形 ①

BCFG は正方形..... ②

[結論] $\angle BHF = 90^\circ$



[証明]

$\triangle BCD$ と $\triangle FCA$ において、

①より、 $CD = CA$ ③

②より、 $BC = FC$ ④

①②より、 $\angle ACD = \angle BCF (=90^\circ)$

よって、 $\angle ACD + \angle BCA = \angle BCF + \angle BCA$

ゆえに、 $\angle BCD = \angle FCA$ ⑤

③④⑤より、

$\triangle BCD \cong \triangle FCA$ (二辺夾角相等) ⑥

AF と BC の交点を I とおく。

⑥より、

$\angle CBD = \angle CFA$ (合同の対応角) ⑦

$\triangle BHI$ と $\triangle CFI$ の外角 $\angle BIF$ に注目すると、

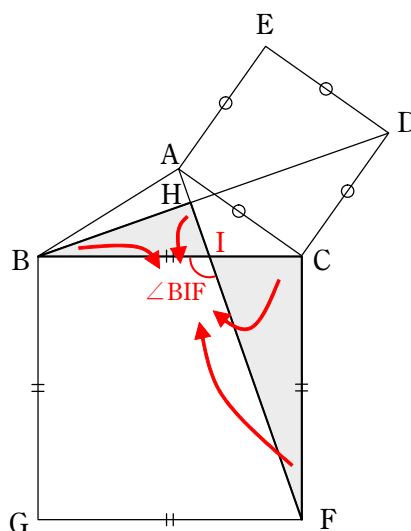
$\angle CBD + \angle BHF = \angle CFA + \angle FCB$

(外角定理) ⑧

②⑦⑧より、

$\angle CBD + \angle BHF = \angle CBD + 90^\circ$

ゆえに、 $\angle BHF = 90^\circ$ (q.e.d.)



H4.2

[仮定]

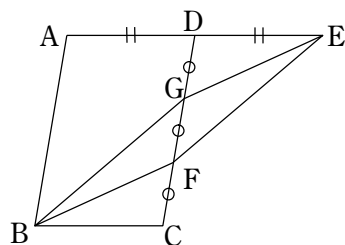
ABCD は平行四辺形..... ①

$AD = DE$ ②

$CF = FG = GD$ ③

[結論]

BFEG は平行四辺形

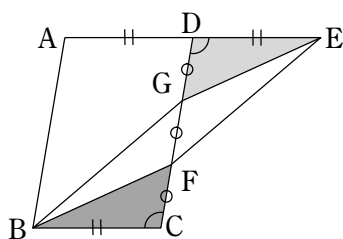


(q.e.d.)

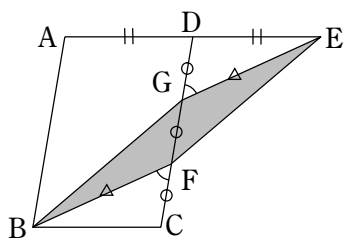
$\triangle BCF$ と $\triangle EDG$ の合同に着目して、四角形 $BFEG$ の向かい合う二辺 BF, EG が平行かつ等しいことを証明できます。

[証明 A]

$\triangle BCF$ と $\triangle EDG$ において、



- ①より、 $BC = AD$ ④
- ②④より、 $BC = ED$ ⑤
- ③より、 $CF = DG$ ⑥
- ①より、 $BC \parallel AD$ ⑦
- ⑦より、 $\angle BCF = \angle EDG$ ⑧
(錯角定理)
- ⑤⑥⑧より、
 $\triangle BCF \equiv \triangle EDG$ ⑨
(二辺夾角相等)

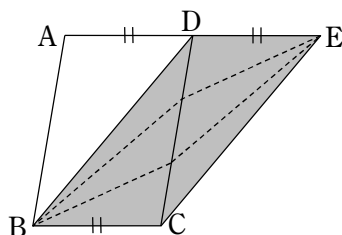


- ⑨より、 $BF = EG$ (対応辺) ⑩
- ⑨より、 $\angle BFC = \angle EGD$ (対応角)
 $180^\circ - \angle BFC = 180^\circ - \angle EGD$
 $\therefore \angle BFG = \angle EGF$ (平角定理) ⑪
- ⑪より、 $BF \parallel EG$ (錯角定理) ⑫
- ⑩⑫より、一組の向かい合う辺が平行かつ等しいので、 $BFEG$ は平行四角形
(q.e.d.)

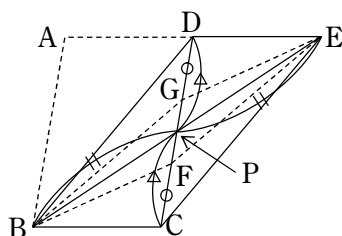
他にも、例えば、次のように証明できます。
(後半は H3.2 と同じですね。)

[証明 B]

四角形 $BCED$ において、



- ①より、 $BC = AD$ ④
- ②④より、 $BC = ED$ ⑤
- ①より、 $BC \parallel AD$
 $\therefore BC \parallel ED$ ⑦
- ④⑦より、一組の向かい合う辺が平行かつ等しいので、
 $BCED$ は平行四角形 ⑧
- BE と CD の交点を P とすると、平行四角形の対角線は互いに他を二等分するので、



- ⑧より、
 $BP = EP$ ⑨
 $CP = DP$ ⑩
- ③より、 $CF = DG$ ⑪
- ⑩⑪より、
 $CP - CF = DP - DG$
 $\therefore FP = GP$ ⑫
- ⑨⑫より、対角線が互いに他を二等分するので、 $BFEG$ は平行四角形
(q.e.d.)