中1数学　2019年度　夏期講習　幾何ダイジェスト　本問解答
§2　合同公理

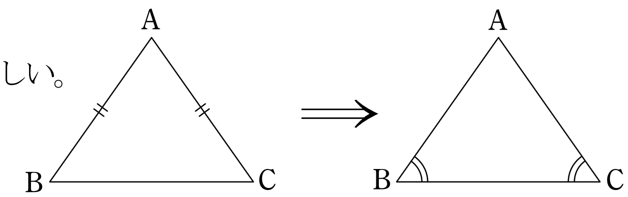
※　欠席してしまった場合は、問 2.1, 問 2.3, 問 2.4 を自分で確認し、p.22, 23 の宿題 H2.1, H2.2 に取り組んで提出してください。余裕があれば全問解きましょう。

問2.1

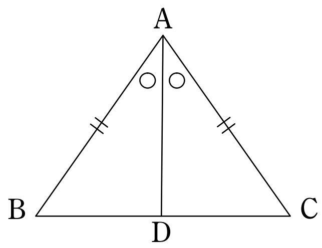
底角定理（二等辺三角形の性質）

△ABC において、二辺が等しいなら底角が等しい。

すなわち、AB＝AC　ならば　∠ABC＝∠ACB



∠BAC の二等分線と辺 BC の交点を D とする。



［仮定］AB＝AC　……①，∠BAD＝∠CAD　……②

［結論］∠ABC＝∠ACB

［証明］△ABD と△ACD において、

AB＝AC　……………………………①

∠BAD＝∠CAD　…………………②

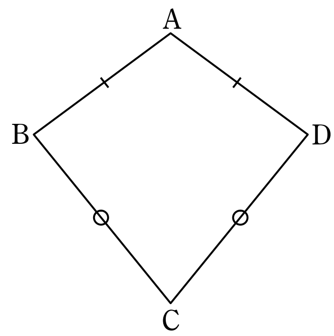
AD＝AD（　共通　）…………③

①②③より、△ABD ≡ △ACD（　二辺夾角相等　）……④

よって、④より、∠ABD＝∠ACD（　対応角　）

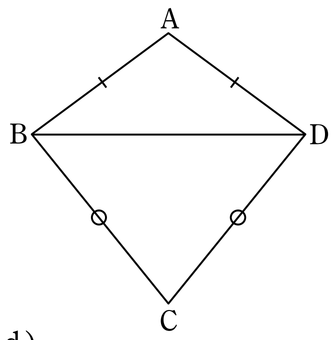
つまり、∠ABC＝∠ACB　　　(q.e.d.)

問2.2



［仮定］$AB=AD$ ………………………①
　　　　$CB=CD$ ………………………②

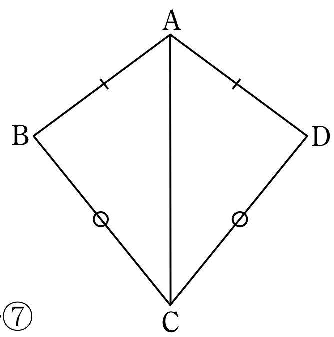
(1)



［結論］$\angle ABC=\angle ADC$
［証明］
　①より、$\angle ABD=\angle ADB$　（ 底角定理 ）……………③
　②より、$\angle CBD=\angle CDB$　（ 底角定理 ）……………④
　③ ④より、
　　$\angle ABD+\angle CBD=\angle ADB+\angle CDB$ ……………………⑤
　⑤より、$\angle ABC=\angle ADC$ ……………………⑥

(q.e.d.)

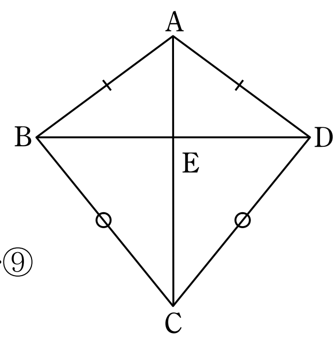
(2)



［結論］$\triangle ABC \equiv \triangle ADC$
［証明］
　$\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ において、
　　$AB = AD$ ………………………………………………………①
　　$CB = CD$ ………………………………………………………②
　　$\angle ABC = \angle ADC$　（ (1)の結論 ）……………⑥
　① ② ⑥より、$\triangle ABC \equiv \triangle ADC$（　二辺夾角相等　）……⑦

(q.e.d.)

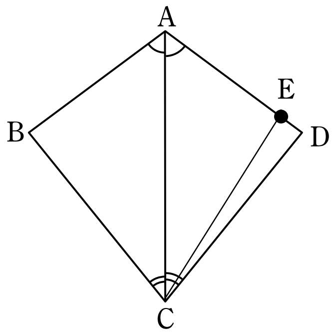
(3)



［結論］AC と BD の交点 E は、線分 BD の中点である
［証明］
　$\triangle ABE$ と $\triangle ADE$ において、
　　$AB = AD$ ………………………………………………①
　　$AE = AE$　（ 共通 ）………………………………②
　⑦より、$\angle BAE = \angle DAE$（ 対応角 ）…………………⑧
　① ② ⑧より、$\triangle ABE \equiv \triangle ADE$（　二辺夾角相等　）……⑨
　⑨より、$BE = DE$（　対応辺　）
　よって 、E は線分 BD の中点である。　　(q.e.d.)

（注）$\triangle CBE \equiv \triangle CDE$ を証明することで解決してもよいです。

問2.3



［仮定］ $\angle BAC = \angle DAC$ ……………………………… ①

$\angle BCA = \angle DCA$ ……………………………… ②

［結論］ $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$

［証明］

(1) $AB < AD$ ……………………………………………… ③

を仮定する。このとき、AD 上に、

$AE = AB$ ……………………………………………… ④

となる点 E をとると、③ ④より、

$\angle ECA < \angle DCA$ ……………………………… ⑤

ここで、△ABC と△AEC において、

$AB = AE$ ……………………………… ④

$AC = AC$ （ 共通 ）……………… ⑥

①より、$\angle BAC = \angle EAC$ ………………… ⑦

④ ⑥ ⑦より、$\triangle ABC \equiv \triangle AEC$（ 二辺夾角相等 ）……⑧

⑧より、$\angle BCA = \angle ECA$（ 対応角 ） ……⑨

② ⑨より、$\angle ECA = \angle DCA$ となるが、これは⑤と矛盾する。

(2) $AB > AD$ を仮定しても、(1)と同様に矛盾が起きるので、背理法により、

$AB = AD$ …… ⑩

が導ける。

(3) △ABC と△ADC において、

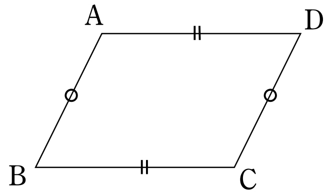
$AB = AD$ ……………………………………………… ⑩

$AC = AC$ （ 共通 ）……………………………… ⑪

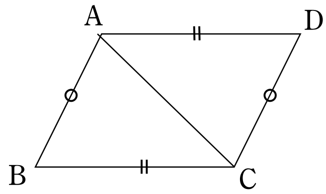
$\angle BAC = \angle DAC$ ……………………………………… ①

⑩ ⑪ ①より、$\triangle ABC \equiv \triangle ADC$（ 二辺夾角相等 ） (q.e.d.)

問2.4



［仮定］AB=CD ……①， BC=DA ……②
［結論］∠ABC=∠CDA， ∠BAD=∠BCD
［証明］



△ABC と△CDA において、

AB = CD ……… ①
BC = DA ……… ②
AC = CA （ 共通 ）……… ③

① ② ③より、△ABC ≡ △CDA（ 三辺相等 ）……④
④より、∠ABC = ∠CDA（ 対応角 ）
これより、結論の一つが示せた。また、
④より、∠BAC = ∠DCA（ 対応角 ）……⑤
④より、∠BCA = ∠DAC（ 対応角 ）……⑥
⑤ ⑥より、∠BAC+∠DAC = ∠BCA+∠DCA ……⑦
⑦より、∠BAD = ∠BCD
これより、もう一つの結論が示せた。 (q.e.d.)