

中1数学 2019年度 夏期講習 幾何ダイジェスト 本問解答 §5 合同と平行四辺形をみつけよう

※ 欠席してしまった場合は、問5.1を自分で確認してください。余裕があれば全問解きましょう。

問5.1

[仮定]

AM = BM①

AN = CN②

[結論]

MN // BC

$$MN = \frac{1}{2}BC$$

[証明]

NMの延長上に

LM = NM③

となるように点Lをとる。

①③より、対角線が互いに他を2等分するので、

ANBLは平行四辺形④

④より、AC // LB⑤

④より、AN = LB⑥

②⑥より、CN = LB⑦

⑤⑦より、1組の向かい合う辺が平行かつ等しいので、

NCBLは平行四辺形⑧

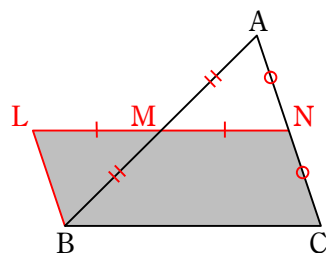
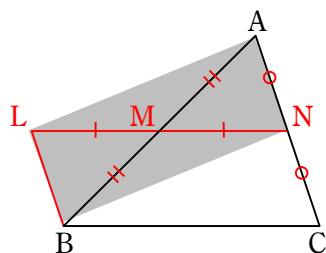
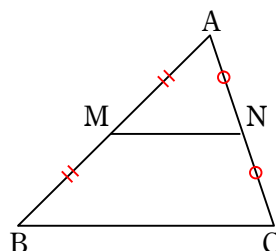
⑧より、結論の一つであるMN // BCは示せた。

また、⑧より、NL = BC⑨

③より、 $MN = \frac{1}{2}NL$ ⑩

⑨⑩より、もう一つの結論 $MN = \frac{1}{2}BC$ も示せた。

(q.e.d.)



問5.2

[仮定]

ABCD は正方形①

AEFG は正方形.....②

BM = MG③

[結論]

$$MA = \frac{1}{2}DE, MA \perp DE$$

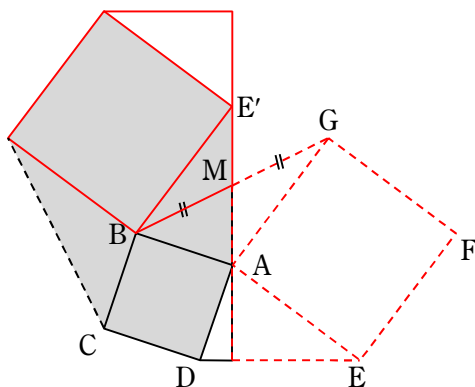
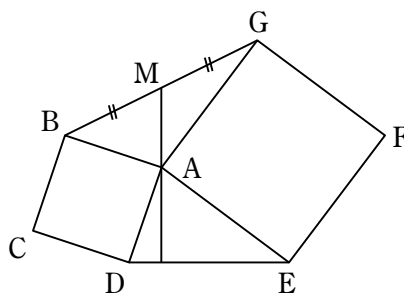
[方針]

試行錯誤で AM より右側の部分を、GM と BM が重なるように M を中心に 180° 回転移動した図（右図の赤線部分）や、はじめの図を ABCD の「中心」（対角線の交点）を中心として反時計回りに 90° 回転した図（右図の灰色部分）を描いて結論の理由を探ってみると、この問題のポイントは

- ・ $\triangle ABE' \equiv \triangle DAE$ であること
- ・ $ABE'G$ は平行四辺形であること

であることが見えてきます。

そこで問 5.1 同様、中線 AM を 2 倍に伸ばした平行四辺形を描いてみましょう。



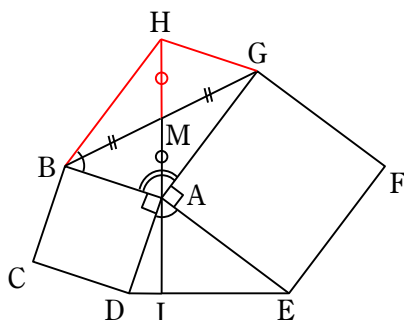
[証明]

AM の M 側の延長上に、

$$AM = MH \dots\dots\dots ④$$

となる点 H を取ると、

③④より、対角線が互いに他を 2 等分するので、
ABHG は平行四辺形 $\dots\dots\dots ⑤$



$\triangle ABH$ と $\triangle DAE$ において、

①より、 $AB = DA \dots\dots\dots ⑥$

$$BH = AG \text{ (⑤より)}$$

$$= AE \text{ (②より)}$$

$$\therefore BH = AE \dots\dots\dots ⑦$$

⑤より、 $BH \parallel AG$ なので、

$$\angle ABH = 180^\circ - \angle BAG \text{ (同側内角定理) } \dots\dots ⑧$$

一方、 $\angle DAE = 360^\circ - \angle BAD - \angle BAG - \angle GAE$

$$= 360^\circ - 90^\circ - \angle BAG - 90^\circ \text{ (①②より)}$$

$$= 180^\circ - \angle BAG \dots\dots\dots ⑨$$

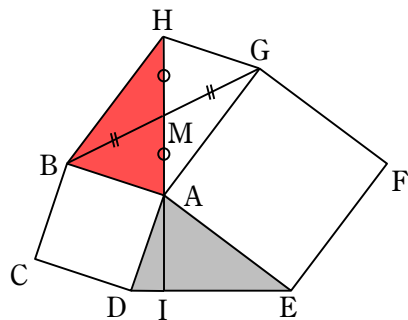
⑧⑨より、 $\angle ABH = \angle DAE \dots\dots\dots ⑩$

⑥⑦⑩より、 $\triangle ABH \cong \triangle DAE$ (二辺夾角相等) $\dots\dots ⑪$

⑪より、 $AH = DE$ (合同の対応辺) $\dots\dots\dots ⑫$

④⑫より、 $MA = \frac{1}{2}AH = \frac{1}{2}DE$

となり、結論の一つが示せた。



また、 $\angle BAH = \angle ADE$ (合同の対応角) $\dots\dots ⑬$

MA と DE の交点を I とおくと、

$$\angle AIE = \angle DAI + \angle ADE \text{ (}\triangle ADI \text{ で外角定理)}$$

$$= \angle DAI + \angle BAH \text{ (⑬より)}$$

$$= 180^\circ - \angle DAB \text{ (平角定理)}$$

$$= 180^\circ - 90^\circ \text{ (①より)}$$

$$= 90^\circ$$

よって、 $MA \perp DE$

となり、もう一つの結論も示せた。

(q.e.d.)