

中1数学 2019年度 夏期講習 幾何ダイジェスト 宿題解答
§4 合同の利用と平行四辺形条件

H4.1

- [仮定] ABCD は平行四辺形.....①
DCEF は平行四辺形.....②
- [結論] ABEF は平行四辺形
- [証明] ①より、

ア	AB
---	----

 //

イ	DC
---	----

③
- ②より、

イ	DC
---	----

 //

ウ	FE
---	----

④
- ③④より、

ア	AB
---	----

 //

ウ	FE
---	----

⑤
- ①より、

ア	AB
---	----

 =

	DC
--	----

⑥
- ②より、

	DC
--	----

 =

	FE
--	----

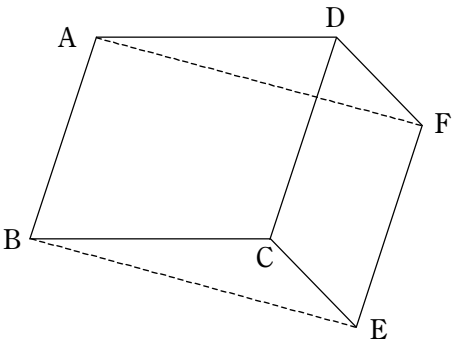
⑦
- ⑥⑦より、

	AB
--	----

 =

	FE
--	----

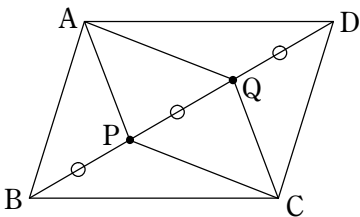
⑧
- ⑤⑧より、四角形 ABEF は



(1組の向かい合う辺が平行かつ等しい)ので平行四辺形
(q.e.d.)

H4.2

- [仮定] ABCD は平行四辺形.....①
BP = PQ = QD②
- [結論] APCQ は平行四辺形
- [証明その1]



- △ABP と△CDQ において、
- ①より、 AB = CD③
- ①より、AB // DC なので、
∠ABP = ∠CDQ (錯角定理)④
- ②より、 BP = DQ⑤
- ③④⑤より、△ABP ≡ △CDQ (二辺夾角相等)⑥
- ⑥より、 AP = CQ (合同の対応辺)⑦
- 同様に、△BCP と△DAQ において、
- BP = DQ⑤
- ①より、 BC = DA⑧
- ①より、AD // BC なので、∠CBP = ∠ADQ (錯角定理)⑨
- ⑤⑧⑨より、△BCP ≡ △DAQ (二辺夾角相等)⑩
- ⑩より、 CP = AQ (合同の対応辺)⑪
- ⑦⑪より、2組の向かい合う辺が等しいので、APCQ は平行四辺形

(q.e.d.)

[証明その 1']

$\triangle ABP$ と $\triangle CDQ$ において、

①より、 $AB = CD$ ③

①より、 $AB \parallel DC$ なので、

$\angle ABP = \angle CDQ$ (錯角定理) ④

②より、 $BP = DQ$ ⑤

③④⑤より、 $\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$ (二辺夾角相等) ⑥

⑥より、 $AP = CQ$ (合同の対応辺) ⑦

⑥より、 $\angle APB = \angle CQD$ (合同の対応角) ⑧

ここで、 $\angle APQ = 180^\circ - \angle APB$ (平角定理)
 $= 180^\circ - \angle CQD$ (⑧より)
 $= \angle CQP$ (平角定理)

$\therefore \angle APQ = \angle CQP$ ⑨

⑨より、 $AP \parallel QC$ (錯角定理) ⑩

⑦⑩より、1組の向かい合う辺が平行かつ等しいので、

$APCQ$ は平行四辺形

(q.e.d.)

[証明その 2]

対角線 AC と BD の交点を M とする。

①より、 $AM = CM$ ③

$BM = DM$ ④

ここで、 $PM = BM - BP$

$= DM - DQ$ (②④より)

$= QM$

$\therefore PM = QM$ ⑤

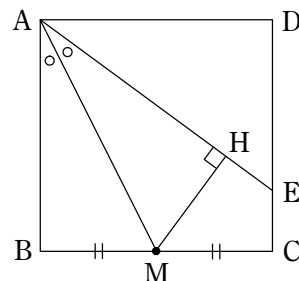
③⑤より、対角線が互いに他を 2 等分するので、

$APCQ$ は平行四辺形

(q.e.d.)

H4.3

- [仮定] ABCD は正方形①
 BM=CM②
 $\angle BAM = \angle EAM$ ③
 $MH \perp AE$ ④



(1) $\triangle ABM \equiv \triangle AHM$ を証明せよ。

[方針]

二角一对辺相等で示すことができます。

[証明]

$\triangle ABM$ と $\triangle AHM$ において

- ③より、 $\angle BAM = \angle HAM$ ③'
 $AM = AM$ (共通)⑤
 ①,④より、 $\angle ABM = \angle AHM (= 90^\circ)$ ⑥
 ③',⑤,⑥より $\triangle ABM \equiv \triangle AHM$ (二角一对辺相等)⑦

(2) $AE = AB + CE$ を証明せよ。

[方針]

(1)の $\triangle ABM \equiv \triangle AHM$ より、 $AB = AH$ (合同の対応辺) なので、 $CE = HE$ を示せばよいです。そのためには、 $\triangle ECM \equiv \triangle EHM$ を証明すればよいです。

[証明]

$\triangle ECM$ と $\triangle EHM$ において

- ⑦より、 $BM = HM$ (合同の対応辺)⑧
 ②⑧より、 $CM = HM$ ⑨
 $EM = EM$ (共通)⑩
 ①,④より、 $\angle ECM = \angle EHM = 90^\circ$ ⑪
 ⑨,⑩,⑪より $\triangle ECM \equiv \triangle EHM$ (斜辺一辺相等)⑫

$$AE = AH + HE$$

$$= AB + CE \quad (\text{⑦,⑫より、合同の対応辺})$$

(q.e.d.)