中1数学A 3学期 整数論・座標幾何 テキスト本問解答
§1 循環小数・有理数・無理数

※ 欠席してしまった場合は、問 1.1, 問 1.3(1)(2)を自分で確認し、p8 の宿題 H1.1 , H1.2 に取り組んで提出してください。余裕があれば全問解きましょう。

問1.1

(1) $\dfrac{1}{7}=\boxed{0.\dot{1}4285\dot{7}}$

(2) $\dfrac{1}{9}=\boxed{0.\dot{1}}$

(3) $\dfrac{1}{25}=\boxed{0.04}$

(4) $\dfrac{1}{11}=\boxed{0.\dot{0}\dot{9}}$

(5) $\dfrac{1}{99}=\boxed{0.\dot{0}\dot{1}}$

問1.2

(1) $a=\dfrac{78125}{100000}=\dfrac{5^7}{10^5}=\dfrac{5^7}{(2\times5)^5}=\dfrac{5^2}{2^5}=\boxed{\dfrac{25}{32}}$　　(2) $\boxed{5回}$

(3) $\dfrac{1}{16}=\dfrac{1}{2^4}$ なので、10 を $\boxed{4回}$ かければ整数になる。　　(4) (3)より、$\boxed{4桁}$

(5) ① $\dfrac{1}{20}=\dfrac{1}{2^2\times5}=\dfrac{1}{2\times10}$ なので、10 を 2 回かければ整数になり、$\boxed{2桁}$

② $\dfrac{1}{24}=\dfrac{1}{2^3\times3}$ なので、分母に 2 と 5 以外の素因数があり、$\boxed{無限}$

③ $\dfrac{1}{5^5}$ なので、10 を 5 回かければ整数になり、$\boxed{5桁}$

④ $\dfrac{1}{2^{12}}$ なので、10 を 12 回かければ整数になり、$\boxed{12桁}$

⑤ $\dfrac{1}{3125}=\dfrac{1}{5^5}$ （③と同じ）なので、$\boxed{5桁}$

問1.3

(1)　$a = 0.\dot{1}2\dot{3} = 0.123123\cdots\cdots$ とおくと、

$$
\begin{array}{rrl}
 & 1000a = & 123.123123\cdots\cdots \\
-) & a = & 0.123123\cdots\cdots \\
\hline
 & 999a = & 123
\end{array}
$$

$$\therefore a = \frac{123}{999} = \boxed{\frac{41}{333}}$$

(2)

(i)　$a = 0.\dot{9}\dot{0} = 0.909090\cdots\cdots$ とおくと、

$$
\begin{array}{rrl}
 & 100a = & 90.909090\cdots\cdots \\
-) & a = & 0.909090\cdots\cdots \\
\hline
 & 99a = & 90
\end{array}
$$

$$\therefore a = \frac{90}{99} = \frac{\cancel{3^2} \times 2 \times 5}{\cancel{3^2} \times 11} = \boxed{\frac{10}{11}}$$

(ii)　$b = 0.\dot{1}0\dot{8} = 0.108108108\cdots\cdots$ とおくと、

$$
\begin{array}{rrl}
 & 1000a = & 108.108108108\cdots\cdots \\
-) & a = & 0.108108108\cdots\cdots \\
\hline
 & 999a = & 108
\end{array}
$$

$$\therefore a = \frac{108}{999} = \frac{\cancel{3^3} \times 2^2}{\cancel{3^3} \times 37} = \boxed{\frac{4}{37}}$$

(iii)　$c = 0.1\dot{0}3\dot{7} = 0.1037037037\cdots\cdots$ とおくと、

$$
\begin{array}{rrl}
 & 10000c = & 1037.037037037\cdots\cdots \\
-) & 10c = & 1.037037037\cdots\cdots \\
\hline
 & 9990c = & 1036
\end{array}
$$

$$\therefore c = \frac{1036}{9990} = \frac{2^2 \times 7 \times 37}{\underbrace{3^3 \times 37}_{999} \times 10} = \frac{2^{\cancel{2}} \times 7 \times \cancel{37}}{3^3 \times \cancel{37} \times \cancel{2} \times 5} = \boxed{\frac{14}{135}}$$

(3)　有限小数であれば、例えば$0.5 = 0.5000\cdots = 0.4999\cdots$のように、循環小数で表せる。

そこで以下、有限小数にならない有理数を考える。そのような有理数$\dfrac{n}{m}$を小数表示するために割り算をしていくことを考えよう。

$n \div m$（整数の範囲での割り算）の余りをaとする。$\dfrac{n}{m}$を小数表示したときの小数部分の計算は、以下のようになる。

まず、aを10倍して$10a \div m$（整数の範囲での割り算）を考える。次に、その余りbをまた10倍して、$10b \div m$を考える。このステップを繰り返して得られた商を書き並べていくのが、小数表示するということである。この計算の各ステップにおいて出てくる余りは、mで割っていて、割り切れないことを考えると、

$$1, 2, 3, \cdots, m-1$$

のいずれかである。ゆえに、どんなに遅くともm回目のステップまでには、それ以前に出てきた余りと同じ余りが出現する。

そこで、k回目のステップの余りとl回目のステップの余りが一致したとしよう$(1 \leqq k < l \leqq m)$。すると、l回目以降は、小数点以下k位から$l-1$位までの部分を得るための計算と同じことが繰り返されることになる。つまり、$\dfrac{n}{m}$は循環小数で表される。