

中1数学A 整数論・座標幾何 テキスト本問解答

§3 N進法の小数と分数

※ 欠席してしまった場合は、問3.1, 問3.2, 問3.4を自分で確認し、p21の宿題に取り組んで提出してください。余裕があれば全問解きましょう。

問3.1

(1)

$$(i) a = 0.11_{(5)} = 1 \times \frac{1}{5} + 1 \times \frac{1}{5^2} = \frac{6}{25} (= 0.24)$$

$$(ii) b = 1.23_{(5)} = 1 \times 1 + 2 \times \frac{1}{5} + 3 \times \frac{1}{5^2} = \frac{38}{25} (= 1.52)$$

(2)

$$(i) c = 5 + 2 + \frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} = 1 \times 5 + 2 \times 1 + 1 \times \frac{1}{5} + 2 \times \frac{1}{5^2} + 3 \times \frac{1}{5^3} = 12.123_{(5)}$$

$$(ii) d = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^5} = 0 \times 1 + 1 \times \frac{1}{5} + 0 \times \frac{1}{5^2} + 1 \times \frac{1}{5^3} + 0 \times \frac{1}{5^4} + 1 \times \frac{1}{5^5} = 0.10101_{(5)}$$

$$(iii) e = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots (\text{無限に続く})$$

$$= 0 \times 1 + 1 \times \frac{1}{5} + 1 \times \frac{1}{5^2} + 1 \times \frac{1}{5^3} + \dots = 0.111\dots_{(5)} = 0.\dot{1}_{(5)}$$

問3.2

筆算で割り算を計算します。

$$(1) 101_{(5)} \div 10_{(5)} = 10.1_{(5)}$$

$$(2) 111_{(5)} \div 100_{(5)} = 1.11_{(5)}$$

$$(3) 1_{(5)} \div 4_{(5)} = 0.\dot{1}_{(5)}$$

$$(4) 1_{(5)} \div 11_{(5)} = 0.0\dot{4}_{(5)}$$

$10 \overline{)101}$	$100 \overline{)111}$	$4 \overline{)1.0}$	$11 \overline{)1.00}$
$\underline{10}$	$\underline{100}$	$\underline{4}$	$\underline{44}$
10	110	10	100
$\underline{10}$	$\underline{100}$	$\underline{4}$	$\underline{44}$
0	100	10	1
	$\underline{100}$	$\underline{4}$	\dots
	0	1	\dots

問3.3

問 3.2 と同様に筆算をします。6 進法での九九の表（五五の表？）が次のようになることに注意しておくといよいでしょう。

×	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	10	12	14
3	3	10	13	20	23
4	4	12	20	24	32
5	5	14	23	32	41

$$(1) \frac{1_{(6)}}{10_{(6)}} = \boxed{0.1_{(6)}}$$

$$10 \overline{)1.0} \\ \underline{10} \\ 0$$

$$2 \overline{)1.0} \\ \underline{10} \\ 0$$

$$13 \overline{)1.00} \\ \underline{100} \\ 0$$

$$(2) \frac{1_{(6)}}{2_{(6)}} = \boxed{0.3_{(6)}}$$

$$(3) \frac{1_{(6)}}{13_{(6)}} = \boxed{0.04_{(6)}}$$

$$5 \overline{)4.0} \\ \underline{32} \\ 40 \\ \underline{32} \\ 40 \\ \underline{32} \\ 4 \\ \dots$$

$$55 \overline{)1.00} \\ \underline{55} \\ 100 \\ \underline{55} \\ 1 \\ \dots$$

$$(4) \frac{4_{(6)}}{5_{(6)}} = \boxed{0.4_{(6)}}$$

$$(5) \frac{1_{(6)}}{55_{(6)}} = \boxed{0.0\dot{1}_{(6)}}$$

問3.4

(1) $a = \frac{31_{(6)}}{100_{(6)}} \quad (\text{注}) \quad 31_{(6)} = 19_{(10)}, 100_{(6)} = 36_{(10)} \text{ なので確かに既約です。}$

(2) $b = 0.\dot{2}1_{(6)} = 0.212121\cdots_{(6)}$ に対して、

$$100_{(6)} b = 21.212121\cdots_{(6)}$$

$$\text{--)} \quad b = 0.212121\cdots_{(6)}$$

$$\hline 55_{(6)} b = 21_{(6)}$$

$$\therefore b = \frac{21_{(6)}}{55_{(6)}} \quad (\text{注}) \quad 21_{(6)} = 13_{(10)}, 55_{(6)} = 35_{(10)} \text{ なので確かに既約です。}$$

(3) 問 3.3 の要領で筆算をします。

(i) $\frac{1_{(6)}}{43_{(6)}} = 0.012_{(6)}$ なので、3桁

(ii) $\frac{1_{(6)}}{24_{(6)}} = 0.0213_{(6)}$ なので、4桁

(iii) $\frac{2_{(6)}}{11_{(6)}} = 0.141414\cdots_{(6)}$ なので、無限

$$\begin{array}{r} 0.012 \\ 43 \overline{) 1.00} \\ \underline{43} \\ 130 \\ \underline{130} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.0213 \\ 24 \overline{) 1.00} \\ \underline{52} \\ 40 \\ \underline{24} \\ 120 \\ \underline{120} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.1414\cdots \\ 11 \overline{) 2.0} \\ \underline{11} \\ 50 \\ \underline{44} \\ 20 \\ \underline{11} \\ 50 \\ \underline{44} \\ 2 \\ \vdots \end{array}$$

なお、次のように考えることもできます。

(i) $43_{(6)} = 4 \times 6 + 3 \times 1 = 27 = 3^3$ なので $\frac{1_{(6)}}{43_{(6)}} = \frac{1}{3^3}$ であり、これに $10_{(6)} = 2 \times 3$ を 3 回かけると (6 進表示でも) 整数になる (2 回ではならない)。

よって、 $\frac{1_{(6)}}{43_{(6)}}$ を 6 進小数表示に直すと小数点以下 3桁 で表せる小数となる。

(ii) $24_{(6)} = 2 \times 6 + 4 \times 1 = 16 = 2^4$ なので $\frac{1_{(6)}}{24_{(6)}} = \frac{1}{2^4}$ であり、これに $10_{(6)} = 2 \times 3$ を 4 回かけると整数になる (3 回ではならない)。

よって、 $\frac{1_{(6)}}{24_{(6)}}$ を 6 進小数表示に直すと小数点以下 4桁 で表せる小数となる。

(iii) $11_{(6)} = 1 \times 6 + 1 \times 1 = 7$ なので $\frac{2_{(6)}}{11_{(6)}} = \frac{2}{7}$ であり、これに $10_{(6)} = 2 \times 3$ を何回かけても

分母の 7 は約分されずに残り、整数にならない。

よって、 $\frac{2_{(6)}}{11_{(6)}}$ を 6 進小数表示に直すと小数点以下 **無限** に続く小数となる。