中1数学B　整数論・座標幾何　テキスト本問解答
§2　ローマ記数法と位取記数法

※　欠席してしまった場合は、問 2.3 ～ 問 2.6 を自分で確認し、p15 の宿題に取り組んで提出してください。余裕があれば全問解きましょう。

問2.1

(i)　I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X,
XI, XII, XIII, XIV, XV, XVI, XVII, XVIII, XIX, XX,
XXI, XXII, XXIII, XXIV, XXV, XXVI, XXVII, XXVIII, XXIX, XXX

(ii)　1954, 1990

(iii)　MMVII, MMLXX, MMDCC

問2.2

(i)　$\mathrm{DLV}+\mathrm{CXI}=\boxed{\mathrm{DCLXVI}}$

(ii)　$\mathrm{DC}+\mathrm{XC}=\boxed{\mathrm{DCXC}}$

足し算なら（たとえば 1 円、5 円、10 円、50 円、100 円、500 円硬貨と 1000 円札で数えていると思うなどして）ローマ記数法のまま考えても何とかなりますが、繰り下がりのある引き算は難しくなります。

(iii)　$\mathrm{D}-\mathrm{CII}=500-102=398=\boxed{\mathrm{CCCXCVIII}}$

問2.3

(i)　$123_{(4)}=1\times4^2+2\times4+3\times1=16+8+3=\boxed{27}$

(ii)　$1023_{(4)}=1\times4^3+0\times4^2+2\times4+3\times1=64+0+8+3=\boxed{75}$

(iii)　$12.12_{(4)}=1\times4+2\times1+1\times\dfrac{1}{4}+2\times\dfrac{1}{4^2}=4+2+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}=\boxed{6.375}$

(iv)　$1111.1_{(4)}=1\times4^3+1\times4^2+1\times4+1\times1+1\times\dfrac{1}{4}=64+16+4+1+\dfrac{1}{4}=\boxed{85.25}$

(v)　$2222.2_{(4)}=2\times4^3+2\times4^2+2\times4+2\times1+2\times\dfrac{1}{4}=128+32+8+2+\dfrac{1}{2}=\boxed{170.5}$

※　$2222.2_{(4)}=1111.1_{(4)}\times2=85.25\times2=\boxed{170.5}$ としてもよい。

問2.4

(i) $64 = 4^3 = 1\times 4^3 + 0\times 4^2 + 0\times 4 + 0\times 1$ なので、$64_{(10)} = \boxed{1000_{(4)}}$

(ii) $65 = 64 + 1 = 1\times 4^3 + 0\times 4^2 + 0\times 4 + 1\times 1$ なので、$65_{(10)} = \boxed{1001_{(4)}}$

(iii) $100 = 1\times 64 + \underline{36} = 1\times 64 + \underline{2\times 16 + 4} = 1\times 4^3 + 2\times 4^2 + 1\times 4 + 0\times 1$ なので、

$100_{(10)} = \boxed{1210_{(4)}}$

(iv) $0.75 = 3\times 0.25 = 3\times \dfrac{1}{4}$ なので、$0.75_{(10)} = \boxed{0.3_{(4)}}$

(v) $0.0125_{(10)} = \dfrac{1}{80_{(10)}}$ は 1 未満で整数部分がないので、

$\dfrac{1}{80} = a\times\dfrac{1}{4} + b\times\dfrac{1}{4^2} + c\times\dfrac{1}{4^3} + d\times\dfrac{1}{4^4} + e\times\dfrac{1}{4^5} + f\times\dfrac{1}{4^6} + \cdots$ と表せる。

（$a,b,c,d,e,f,\cdots$ は、0,1,2,3 のいずれか）

両辺 $64 = 4^3$ 倍すると、左辺の $\dfrac{64}{80}$ は 1 未満なので、

右辺の $a\times 4^2 + b\times 4 + c\times 1 + d\times\dfrac{1}{4} + e\times\dfrac{1}{4^2} + f\times\dfrac{1}{4^3} + \cdots$ も 1 未満で整数部分はない。

したがって、$\underline{\underline{a = b = c = 0}}$ とわかり、

$\dfrac{\cancel{64}^{\,4}}{\cancel{80}_{\,5}} = d\times\dfrac{1}{4} + e\times\dfrac{1}{4^2} + f\times\dfrac{1}{4^3} + g\times\dfrac{1}{4^4} + h\times\dfrac{1}{4^5} + \cdots$ ……………… ☆ となる。

両辺を 4 倍すると、$\dfrac{16}{5} = d\times 1 + e\times\dfrac{1}{4} + f\times\dfrac{1}{4^2} + g\times\dfrac{1}{4^3} + h\times\dfrac{1}{4^4} + \cdots$ となり、

$\dfrac{16}{5} = 3 + \dfrac{1}{5}$ なので、右辺の整数部分 $\underline{\underline{d = 3}}$ とわかる。

よって、$3 + \dfrac{1}{5} = 3\times 1 + e\times\dfrac{1}{4} + f\times\dfrac{1}{4^2} + g\times\dfrac{1}{4^3} + h\times\dfrac{1}{4^4} + \cdots$、

すなわち、$\dfrac{1}{5} = e\times\dfrac{1}{4} + f\times\dfrac{1}{4^2} + g\times\dfrac{1}{4^3} + h\times\dfrac{1}{4^4} + \cdots$ となり、

両辺を 4 倍すると、$\dfrac{4}{5} = e\times 1 + f\times\dfrac{1}{4} + g\times\dfrac{1}{4^2} + h\times\dfrac{1}{4^3} + \cdots$ となる。

$\dfrac{4}{5}$ は 1 未満なので、右辺も 1 未満で整数部分はなく、$\underline{\underline{e = 0}}$ とわかる。

よって、$\dfrac{4}{5} = f\times\dfrac{1}{4} + g\times\dfrac{1}{4^2} + h\times\dfrac{1}{4^3} + \cdots$ となるが、この式は☆と同じ形なので、

以下同様に、$\underline{\underline{f = 3, g = 0, \cdots}}$ と、3 と 0 の繰り返しになる。

したがって、$0.0125_{(10)} = 0.000303030\cdots_{(4)} = \boxed{0.000\dot{3}_{(4)}}$

問2.5

(i) $131_{(4)} + 111_{(4)} = \boxed{302_{(4)}}$

(ii) $3333_{(4)} + 1001_{(4)} = \boxed{11000_{(4)}}$

(iii) $112_{(4)} - 103_{(4)} = \boxed{3_{(4)}}$

(iv) $103_{(4)} - 112_{(4)} = -(112_{(4)} - 103_{(4)}) = \boxed{-3_{(4)}}$

問2.6

(i) 筆算で計算すれば、右のようになるので

$$1203_{(4)} \times 2_{(4)} = \boxed{3012_{(4)}}$$

$$\begin{array}{r} 1203 \\ \times)\quad 2 \\ \hline 3012 \end{array}$$

×	1	2	3
1	1	2	3
2	2	10	12
3	3	12	21

(ii) これも筆算で計算すると

$$132_{(4)} \times 102_{(4)} = \boxed{20130_{(4)}}$$

$$\begin{array}{r} 132 \\ \times)\ 102 \\ \hline 330 \\ 132 \\ \hline 20130 \end{array}$$

(iii) これは繰り上がりがないので簡単です。

$$3333_{(4)} \times 10001_{(4)} = \boxed{33333333_{(4)}}$$

(iv) 筆算で計算することもできますが、次のように工夫する方がよいでしょう。

$$\begin{aligned} 3333_{(4)} \times 3333_{(4)} &= 3333_{(4)} \times (10000_{(4)} - 1_{(4)}) \\ &= 33330000_{(4)} - 3333_{(4)} \\ &= 33330000_{(4)} - 10000_{(4)} + 1_{(4)} \\ &= \boxed{33320001_{(4)}} \end{aligned}$$