中1数学B　3学期　整数論・座標幾何　宿題解答
§3　*N*進法の小数と分数

H3.1

（あ）

(1)　$a = 0.11_{(4)} = 1 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{1}{4^2} = \frac{5}{16} = \boxed{0.3125}$

(2)　$a = 1.01_{(4)} = 1 \times 1 + 0 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{1}{4^2} = \frac{17}{16} = \boxed{1.0625}$

（い）

(3)　$c = 4 + 2 + \frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \frac{3}{4^3} = 1 \times 4 + 2 \times 1 + 1 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{4^2} + 3 \times \frac{1}{4^3} = \boxed{12.123_{(4)}}$

(4)　$d = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^5} = 0 \times 1 + 1 \times \frac{1}{4} + 0 \times \frac{1}{4^2} + 1 \times \frac{1}{4^3} + 0 \times \frac{1}{4^4} + 1 \times \frac{1}{4^5} = \boxed{0.10101_{(4)}}$

(5)　$e = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{4^5} + \cdots\cdots$ (無限に続く)

$= 0 \times 1 + 1 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{1}{4^2} + 1 \times \frac{1}{4^3} + 1 \times \frac{1}{4^4} + 1 \times \frac{1}{4^5} + \cdots\cdots = 0.11111\cdots\cdots_{(4)} = \boxed{0.\dot{1}_{(4)}}$

H3.2

$\frac{1}{n}$ を6進小数表示したとき有限小数になるのは、$\frac{1}{n} = \frac{ab\cdots c_{(6)}}{100\cdots 0_{(6)}}$ と書きなおせるときである。それは、n が $100\cdots 0_{(6)}$ の約数のとき、すなわち、$10_{(6)} = 2_{(6)} \times 3_{(6)}$ より、$n_{(6)}$ が $2_{(6)}$ と $3_{(6)}$ 以外の素因数をもたないときである。

そのような $2_{(6)}$ 以上 $100_{(6)}$ 以下（2以上36以下）の n は、

$$n = \underbrace{2_{(6)}, 4_{(6)}, 12_{(6)}, 24_{(6)}, 52_{(6)}}_{2^m\text{の形のもの}}, \underbrace{3_{(6)}, 10_{(6)}, 20_{(6)}, 40_{(6)}}_{3\times 2^m\text{の形のもの}}, \underbrace{13_{(6)}, 30_{(6)}, 100_{(6)}}_{3^2\times 2^m\text{の形のもの}}, \underbrace{43_{(6)}}_{3^3}$$

（10進数表示なら $n = 2,4,8,16,32,3,6,12,24,9,18,36,27$　）

の計 $\boxed{13個}$

H3.3

(1) $123_{(6)} = 1\times 6^2 + 2\times 6 + 3\times 1 = 36 + 12 + 3 = \boxed{51}$

(2) $a = \dfrac{123_{(6)}}{1000_{(6)}} = \dfrac{51_{(10)}}{6^3{}_{(10)}} = \dfrac{17_{(10)}}{2\times 6^2{}_{(10)}} = \boxed{\dfrac{25_{(6)}}{200_{(6)}}}$

(3) $b = 0.\dot{1}2\dot{3}_{(6)} = 0.123123\cdots\cdots_{(6)}$ に対して、

$$
\begin{array}{rrl}
 & 1000_{(6)}\, b = & 123.123123\cdots\cdots_{(6)} \\
-) & b = & 0.123123\cdots\cdots_{(6)} \\
\hline
 & 555_{(6)}\, b = & 123_{(6)}
\end{array}
$$

$\therefore b = \boxed{\dfrac{123_{(6)}}{555_{(6)}}}$

（注） $123_{(6)} = 51_{(10)}, 555_{(6)} = 215_{(10)}$ なので、確かに既約です。

(4) （あ） $13_{(6)} = 1\times 6 + 3\times 1 = 9 = 3^2$ なので $\dfrac{1_{(6)}}{13_{(6)}} = \dfrac{1}{3^2}$ であり、これに $10_{(6)} = 2\times 3$ を 2 回かけると整数になる（1 回ではならない）。

よって、$\dfrac{1_{(6)}}{13_{(6)}}$ を 6 進小数表示に直すと小数点以下 $\boxed{\text{2 桁}}$ で表せる小数となる。

（い） $\dfrac{1_{(6)}}{4_{(6)}} = \dfrac{1}{2^2}$ には $10_{(6)} = 2\times 3$ を 2 回かけると整数になる（1 回ではならない）。

よって、$\dfrac{1_{(6)}}{4_{(6)}}$ を 6 進小数表示に直すと小数点以下 $\boxed{\text{2 桁}}$ で表せる小数となる。

（う） $11_{(6)} = 1\times 6 + 1\times 1 = 7$ なので $\dfrac{1_{(6)}}{11_{(6)}} = \dfrac{1}{7}$ であり、これに $10_{(6)} = 2\times 3$ を何回かけても分母の 7 は約分されずに残り、整数にならない。

よって、$\dfrac{1_{(6)}}{11_{(6)}}$ を 6 進小数表示に直すと小数点以下 $\boxed{\text{無限}}$ に続く小数となる。

6 進法の割り算を筆算で実行して確認することもできます。

（あ） $\dfrac{1_{(6)}}{13_{(6)}} = 0.04_{(6)}$ なので、$\boxed{\text{2桁}}$

（い） $\dfrac{1_{(6)}}{4_{(6)}} = 0.13_{(6)}$ なので、$\boxed{\text{2桁}}$

（う） $\dfrac{1_{(6)}}{11_{(6)}} = 0.050505\cdots\cdots_{(6)}$ なので、$\boxed{\text{無限}}$

$$
\begin{array}{r}
0.04 \\
13\,\overline{)\,1.00} \\
\underline{1\,00} \\
0
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
0.13 \\
4\,\overline{)\,1.00} \\
\underline{4} \\
20 \\
\underline{20} \\
0
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
0.0505\cdots \\
11\,\overline{)\,1.00} \\
\underline{55} \\
100 \\
\underline{55} \\
1 \\
\ddots
\end{array}
$$

H3.4

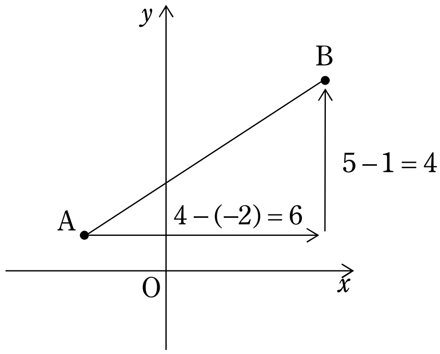
(1) $A(-2,1)$ から $B(4,5)$ までは

x 軸方向に $4-(-2)=6$

y 軸方向に $5-1=4$

だけ移動するので、直線 AB の傾きは

$$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$



よって、直線 AB の y 切片を b とおくと、
直線 AB は 1 次関数

$$y=\frac{2}{3}x+b \cdots\cdots ①$$

のグラフである。
このグラフは $A(-2,1)$ を通るので、関数①において、
$x=-2$ のとき $y=1$ となる。よって、

$$1=\frac{2}{3}\times(-2)+b \quad \therefore b=1+\frac{4}{3}=\frac{7}{3}$$

であり、関数の式は $\boxed{y=\frac{2}{3}x+\frac{7}{3}}$

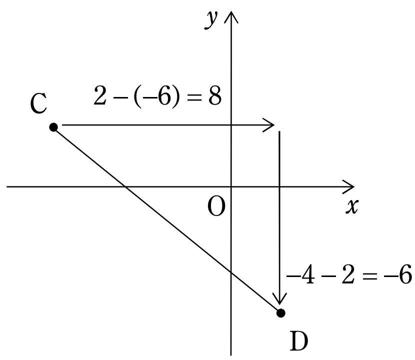
(2) $C(-6,2)$ から $D(2,-4)$ までは

x 軸方向に $2-(-6)=8$

y 軸方向に $-4-2=-6$

だけ移動するので、直線 CD の傾きは

$$\frac{-6}{8}=-\frac{3}{4}$$



よって、直線 CD の y 切片を b とおくと、
直線 CD は 1 次関数

$$y=-\frac{3}{4}x+b \cdots\cdots ②$$

のグラフである。
このグラフは $C(-6,2)$ を通るので、関数②において、
$x=-6$ のとき $y=2$ となる。よって、

$$2=-\frac{3}{4}\times(-6)+b \quad \therefore b=2-\frac{9}{2}=-\frac{5}{2}$$

であり、関数の式は $\boxed{y=-\frac{3}{4}x-\frac{5}{2}}$