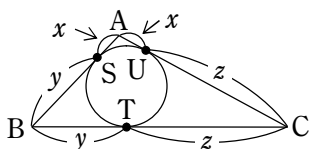


中1数学A 2019年度 冬期 三角形の五心 宿題解答

§2 内接円

H2.1



A を通る直線 AB, AC は円 I とそれぞれ点 S, U で接するので、

$$AS = AU$$

が成り立つ。同様にして、

$BT = BS$, $CU = CT$ も成り立つので、辺 BC, CA, AB の長さが 4, 3, 2 であることに注目して、

連立方程式

$$\begin{cases} y + z = 4 & \dots\dots ① \\ x + z = 3 & \dots\dots ② \\ x + y = 2 & \dots\dots ③ \end{cases}$$

が得られる。

① + ② + ③ より

$$2x + 2y + 2z = 9$$

$$\therefore x + y + z = \frac{9}{2} \dots\dots\dots ④$$

④ - ①, ④ - ②, ④ - ③ より

$$x = \frac{1}{2}, y = \frac{3}{2}, z = \frac{5}{2}$$

H2.2

(1)

BI, CI は、それぞれ

$\angle ABC$, $\angle ACB$ の

二等分線なので、

$$\angle ABI = \angle CBI = b,$$

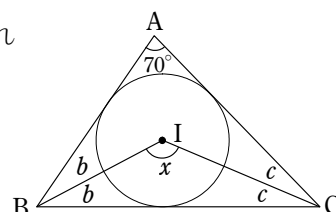
$$\angle ACI = \angle BCI = c$$

となる。

$\triangle ABC$ の内角和を考えると、

$$2b + 2c = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

$$\therefore b + c = \frac{110^\circ}{2} = \boxed{55^\circ}$$



(2)

$\triangle IBC$ の内角和を考えると、 $x = 180^\circ - (b + c)$

これに、(1)の結果の $b + c = 55^\circ$ を代入して、

$$x = 180^\circ - 55^\circ = \boxed{125^\circ}$$

H2.3

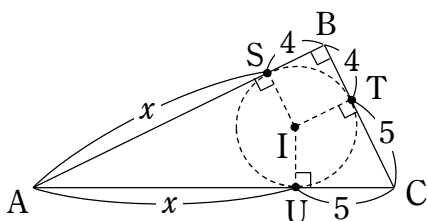
A を通る直線 AB, AC は円 I とそれぞれ点 S, U で接するので、

$$AS = AU$$

が成り立つ。同様にして、

$$BT = BS, CU = CT$$

も成り立つ。



三辺 AB, BC, CA は円 I とそれぞれ点 S, T, U で接するので、

$$IS \perp AB, IT \perp BC, IU \perp CA$$

(円の接線の性質)

が成り立つ。

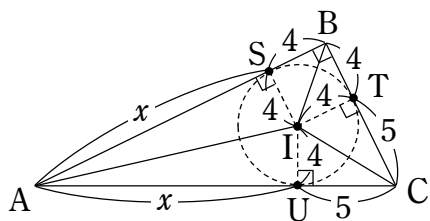
(1) 四角形 BSIT は正方形なので、内接円 I の半径は $\boxed{4}$ である。

$$(2) \quad AC = AU + CU = AS + CT = \boxed{x+5}$$

(3) $\triangle ABC$ の面積 S は、 x を用いて

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \times AB \times BC \\ &= \frac{1}{2} \times (x+4) \times 9 = \frac{9}{2}x + 18 \dots\dots\dots ① \end{aligned}$$

と表すこともできれば、



$$S = \triangle IAB + \triangle IBC + \triangle ICA$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} (x+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times 9 \times 4 + \frac{1}{2} (x+5) \times 4 \\ &= \frac{1}{2} \times (x+4+9+x+5) \times 4 \\ &= \frac{1}{2} \times (2x+18) \times 4 = 2(2x+18) \\ &= 4x+36 \dots\dots\dots ② \end{aligned}$$

と表すこともできる。

①②より、 x の方程式

$$\boxed{\frac{9}{2}x + 18 = 4x + 36} \dots\dots\dots ③$$

が得られる。

(4) ③を解くと、

$$\frac{1}{2}x = 18$$

$$x = 36$$

なので、

$$AC = x + 5 = 36 + 5 = \boxed{41}$$