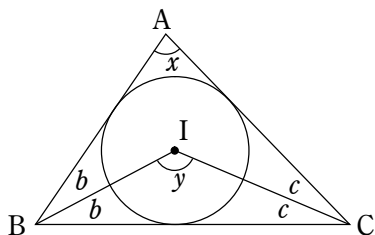


中1数学B 2019年度 冬期 三角形の五心 宿題解答

§2 内接円

H2.1

内心Iは△ABCの三つの内角の二等分線の交点なので、図のように角の大きさを b, c とおける。



△IBCの内角の和に注目して、
 $y = 180^\circ - (b + c)$ ①

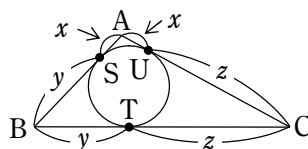
△ABCの内角の和に注目して、
 $x + 2b + 2c = 180^\circ$
 $2b + 2c = 180^\circ - x$
 $\therefore b + c = 90^\circ - \frac{1}{2}x$ ②

②を①に代入して、

$$\begin{aligned} y &= 180^\circ - \left(90^\circ - \frac{1}{2}x \right) \\ &= 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}x \\ &= 90^\circ + \frac{1}{2}x \end{aligned}$$

$$\therefore \boxed{y = 90^\circ + \frac{1}{2}x}$$

H2.2



Aを通る直線AB, ACは円Iとそれぞれ点S, Uで接するので、

$$AS = AU$$

が成り立つ。同様にして、

$BT = BS, CU = CT$ も成り立つので、辺BC, CA, ABの長さが4, 3, 2であることに注目して、連立方程式

$$\begin{cases} y + z = 4 & \text{..... ①} \\ x + z = 3 & \text{..... ②} \\ x + y = 2 & \text{..... ③} \end{cases}$$

が得られる。

①+②+③より

$$2x + 2y + 2z = 9$$

$$\therefore x + y + z = \frac{9}{2} \text{ ④}$$

④-①, ④-②, ④-③より

$$\boxed{x = \frac{1}{2}, y = \frac{3}{2}, z = \frac{5}{2}}$$

H2.3

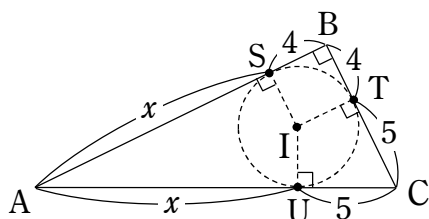
Aを通る直線AB, ACは円Iとそれぞれ点S, Uで接するので、

$$AS = AU$$

が成り立つ。同様にして、

$$BT = BS, CU = CT$$

も成り立つ。AS = AU = x とおく。



$\triangle ABC$ の面積 S は、 x を用いて

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \times AB \times BC \\ &= \frac{1}{2} \times (x+4) \times 9 = \frac{9}{2}x + 18 \dots\dots\dots ① \end{aligned}$$

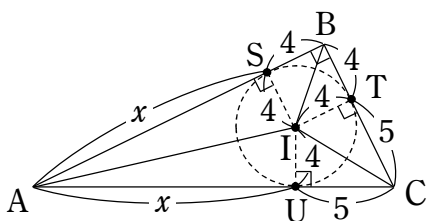
と表せる。

また、三辺 AB, BC, CA は円 I とそれぞれ点 S, T, U で接するので、

$$IS \perp AB, IT \perp BC, IU \perp CA$$

(円の接線の性質)

が成り立つ。また、四角形 BSIT は正方形になるので、内接円 I の半径は 4 と分かる。



よって、 $\triangle ABC$ の面積 S は、 x を用いて

$$\begin{aligned} S &= \triangle IAB + \triangle IBC + \triangle ICA \\ &= \frac{1}{2} \times (x+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times 9 \times 4 + \frac{1}{2} \times (x+5) \times 4 \\ &= \frac{1}{2} \times (x+4+9+x+5) \times 4 \\ &= \frac{1}{2} \times (2x+18) \times 4 = 2(2x+18) \\ &= 4x + 36 \dots\dots\dots ② \end{aligned}$$

とも表せる。

①②より、 x の方程式

$$\frac{9}{2}x + 18 = 4x + 36$$

が得られるので、これを解いて、

$$\frac{1}{2}x = 18 \quad \therefore x = 36$$

よって、 $AC = x + 5 = 36 + 5 = \boxed{41}$