中2数学B 2019年度1学期 本問解答
§2 平方差

※ 欠席してしまった場合は、問 2.1～問 2.4 を（余裕があれば問 2.5, 問 2.6 も）自分で確認し、p.12, p.13 の宿題 H2.1～H2.3, H2.6 に（余裕があれば H2.4, H2.5 も）取り組んで提出してください。

問2.1

(1) $(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2=\boxed{a^2-b^2}$

(2) $(5x+2y)(5x-2y)=(5x)^2-(2y)^2=\boxed{25x^2-4y^2}$

(3)

(i) $a^2-4=a^2-2^2=\boxed{(a+2)(a-2)}$

(ii) $a^2-4b^2=a^2-(2b)^2=\boxed{(a+2b)(a-2b)}$

(iii) $9a^2-16b^2=(3a)^2-(4b)^2=\boxed{(3a+4b)(3a-4b)}$

問2.2

(1) $(3x+4y)(3x-4y)=(3x)^2-(4y)^2=\boxed{9x^2-16y^2}$

(2)

(i) $a^2-36=a^2-6^2=\boxed{(a+6)(a-6)}$

(ii) $16a^2-25b^2=(4a)^2-(5b)^2=\boxed{(4a+5b)(4a-5b)}$

(iii) $(a+b)^2-c^2=\boxed{(a+b+c)(a+b-c)}$

問2.3

(1)

(i) $\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)=\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2=5-2=\boxed{3}$

(ii) $\left(\sqrt{3}+2\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)=\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(2\sqrt{2}\right)^2=3-4\times 2=\boxed{-5}$

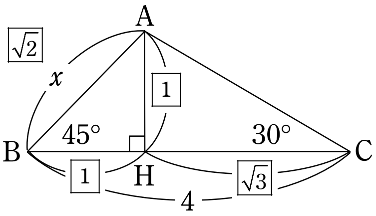
(2) (1)のように和と差の積を作れば、平方根のない形に変形できる。

$$\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{1}{\underbrace{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\times\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}_{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2=3-2=1}}\times\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{1}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$$

よって、この値を小数第2位まで正確に求めると、

$1.732\cdots+1.414\cdots=\boxed{3.14}\cdots$

(3) AからBCに下ろした垂線の足をHとすると、△ABH は直角二等辺三角形、△ACH は $30°, 60°, 90°$ の直角三角形なので、辺の比は右図のようになり、



$\mathrm{AB}:\mathrm{BC}=\sqrt{2}:\left(1+\sqrt{3}\right)$

である。したがって、

$x:4=\sqrt{2}:\left(1+\sqrt{3}\right)$

$$\therefore\ x=4\times\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}=4\times\frac{\sqrt{2}}{\underbrace{\left(\sqrt{3}+1\right)\times\left(\sqrt{3}-1\right)}_{\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2=3-1=2}}\times\left(\sqrt{3}-1\right)=\cancel{4}^{\,2}\times\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\cancel{2}_{\,1}}=\boxed{2\sqrt{6}-2\sqrt{2}}$$

問2.4

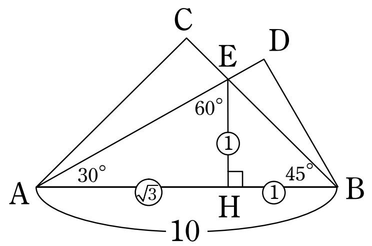
(1) $\left(3\sqrt{2}+4\right)\left(3\sqrt{2}-4\right)=\left(3\sqrt{2}\right)^2-4^2=9\times 2-16=\boxed{2}$

(2)

(i) $$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{1}{\underbrace{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\times\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}_{\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2=5-3=2}}\times\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)=\boxed{\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}}$$

(ii) $$\frac{1}{3-2\sqrt{2}}=\frac{1}{\underbrace{\left(3-2\sqrt{2}\right)\times\left(3+2\sqrt{2}\right)}_{3^2-\left(2\sqrt{2}\right)^2=9-4\times 2=1}}\times\left(3+2\sqrt{2}\right)=\frac{3+2\sqrt{2}}{1}=\boxed{3+2\sqrt{2}}$$

問2.5



E から AB に下ろした垂線の足を H とおく。

すると、△AEH は30°,60°,90°の三角形なので、

$\mathrm{AH}:\mathrm{EH}=\sqrt{3}:1$ …… ①

△BEH は直角二等辺三角形なので、

$\mathrm{BH}:\mathrm{EH}=1:1$ …… ②

①, ②より、$\mathrm{AB}:\mathrm{EH}=\left(\sqrt{3}+1\right):1$

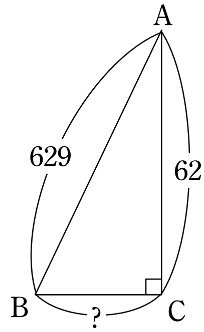
$\mathrm{AB}=10$ なので、$10:\mathrm{EH}=\left(\sqrt{3}+1\right):1$

$$\mathrm{EH}=10\times\frac{1}{\sqrt{3}+1}=\frac{10}{\sqrt{3}+1}=\frac{10\left(\sqrt{3}-1\right)}{\underbrace{\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)}_{\sqrt{3}^2-1^2=3-1=2}}=\frac{\cancel{10}^{5}\left(\sqrt{3}-1\right)}{\cancel{2}_{1}}=5\left(\sqrt{3}-1\right)$$

よって、$\triangle\mathrm{ABE}=\frac{1}{2}\times\mathrm{AB}\times\mathrm{EH}=\frac{1}{\cancel{2}_{1}}\times\cancel{10}^{5}\times 5\left(\sqrt{3}-1\right)=25\left(\sqrt{3}-1\right)=\boxed{25\sqrt{3}-25}$

問2.6

(1) ピタゴラスの定理より、



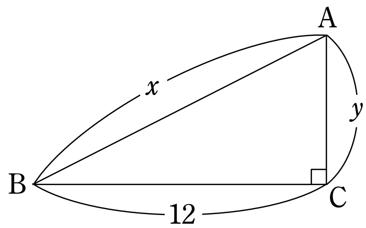
$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

よって、

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 - AC^2 \\ &= 629^2 - 621^2 \\ &= (629+621)(629-621) \\ &= 1250 \times 8 \\ &= 10000 \end{aligned}$$

$$\therefore BC = \sqrt{10000} = \boxed{100} \ (>0)$$

(2) ピタゴラスの定理より、



$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

$$x^2 = 12^2 + y^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

よって

$$x^2 - y^2 = 12^2$$

$$\therefore (x+y)(x-y) = 2^4 \times 3^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

ここで、整数 $x+y,\ x-y$ について、以下が成り立つことに注意する。

- $x,\ y$ は△ABC の辺の長さだから正であり、x は斜辺の長さだから（あるいは①より） $x > y$ である。よって、$x+y > x-y > 0$
- $(x+y)+(x-y) = 2x$ は偶数だから、$x+y,\ x-y$ の偶奇は一致

ゆえに、②より、

$$\begin{cases} x+y \\ x-y \end{cases} = \cancel{\begin{cases} 144 \\ 1 \end{cases}}, \begin{cases} 72 \\ 2 \end{cases}, \cancel{\begin{cases} 48 \\ 3 \end{cases}}, \begin{cases} 36 \\ 4 \end{cases}, \begin{cases} 24 \\ 6 \end{cases}, \begin{cases} 18 \\ 8 \end{cases}, \cancel{\begin{cases} 16 \\ 9 \end{cases}}, \cancel{\begin{cases} 12 \\ 12 \end{cases}}$$

したがって、

$$\boxed{(x, y) = (37, 35),\ (20, 16),\ (15, 9),\ (13, 5)}$$