

中2数学B 2019年度1学期 本問解答

§5 平方完成と2次方程式

※ 欠席してしまった場合は、問 5.1～問 5.5 を（余裕があれば問 5.6 も）自分で確認し、p.27 の宿題 H5.1～H5.4 に取り組んで提出してください。

問5.1

長方形 ABCD の面積が 6 であることより、

$$AB \times AD = 6 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

(1) $AD = AB = x$ のとき、 $\textcircled{1}$ は

$$x \times x = 6 \quad \therefore \boxed{x^2 = 6}$$

となる。よって、 x は 6 の平方根であり、正の数なので、 $\boxed{x = \sqrt{6}}$

(2) $AD = AB + 1 = x + 1$ のとき、 $\textcircled{1}$ は

$$\boxed{x(x + 1) = 6}$$

となる。この方程式の解として、 $\boxed{x = 2}$ が見つかる。

なお、AB の長さが長くなるにつれて、長方形 ABCD の面積も大きくなるので、AB の長さは一つに決まる。したがって、この問題の答は $\boxed{x = 2}$ のみである。

(3) $AD = AB + 2 = x + 2$ のとき、 $\textcircled{1}$ は

$$\boxed{x(x + 2) = 6}$$

となる。

次の問 5.2 で、このときの $x = AB$ を求める方法を考えよう。

問5.2

(1)

(i) $x^2 = 4$ より、 x は 4 の平方根で、 $\boxed{x=2, -2}$ と求まる。

(ii) $(x+1)^2 = 4$ より、 $x+1$ は 4 の平方根で、 $x+1=2, -2$

$$\therefore \boxed{x=1, -3}$$

と求まる。

(iii) $(x+1)^2 = 5$ より、 $x+1$ は 5 の平方根で、 $x+1=\sqrt{5}, -\sqrt{5}$

$$\therefore \boxed{x=-1+\sqrt{5}, -1-\sqrt{5}}$$

と求まる。

(2) 問 5.1 (3) の方程式

$$x(x+2) = 6 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

も、(1) で解いたような $(x + \boxed{})^2 = \boxed{}$ の形に変形してみよう。

$$x^2 + 2x = 6$$

の左辺の $x^2 + 2x$ は展開式 $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ に現れるので、

$$x^2 + 2x + 1 = 7$$

$$(x+1)^2 = 7$$

と書き直せる。これより、 $x+1$ は 7 の平方根なので、

$$x+1 = \sqrt{7}, -\sqrt{7}$$

$$\therefore x = -1 + \sqrt{7}, -1 - \sqrt{7}$$

となり、 $\textcircled{1}$ の解が求まる。

一方、問題の設定より、 $x > 0$ なので、 $\boxed{x = -1 + \sqrt{7}}$ である。

問5.3

$$(1) \quad x^2 + 2x + \boxed{1} = (x + \boxed{1})^2$$

$$(2) \quad x^2 - 4x + \boxed{4} = (x + \boxed{-2})^2$$

$$(3) \quad x^2 + 6x + \boxed{9} = (x + \boxed{3})^2$$

$$(4) \quad x^2 - x + \boxed{\frac{1}{4}} = (x + \boxed{-\frac{1}{2}})^2$$

$$(5) \quad x^2 + \frac{1}{2}x + \boxed{\frac{1}{16}} = (x + \boxed{\frac{1}{4}})^2$$

問5.4

(1) 平方完成

$$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$$

を利用して、

$$x^2 - 6x - 8 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 17$$

$$(x - 3)^2 = 17$$

$$x - 3 = \sqrt{17}, -\sqrt{17}$$

よって、 $\boxed{x = 3 + \sqrt{17}, 3 - \sqrt{17}}$

(2) 平方完成

$$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$$

を利用して、

$$x^2 + 8x + 8 = 0$$

$$x^2 + 8x + 16 = 8$$

$$(x + 4)^2 = 8$$

$$x + 4 = \sqrt{8}, -\sqrt{8}$$

$$= 2\sqrt{2}, -2\sqrt{2}$$

よって、 $\boxed{x = -4 + 2\sqrt{2}, -4 - 2\sqrt{2}}$

(3) まず両辺を 3 で割って、

$$x^2 + \boxed{}x + \boxed{} = 0$$

の形に整理すると、

$$3x^2 - 6x - 12 = 0$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

平方完成

$$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$$

を利用して、

$$x^2 - 2x + 1 = 5$$

$$(x - 1)^2 = 5$$

$$x - 1 = \sqrt{5}, -\sqrt{5}$$

よって、 $\boxed{x = 1 + \sqrt{5}, 1 - \sqrt{5}}$

問5.5

$\triangle ABC$ と $\triangle DAC$ について、

$$\angle ABC = \angle DAC \quad (\text{仮定})$$

$$\angle ACB = \angle DCA \quad (\text{共通})$$

だから、二角相等で

$$\triangle ABC \sim \triangle DAC$$

よって、対応辺を考え、

$$BC : CA = AC : CD$$

$CD = x$ とおくと、

$$(8+x) : 4 = 4 : x$$

$$\frac{8+x}{4} = \frac{4}{x}$$

$$(8+x)x = 4 \times 4$$

$$\therefore x^2 + 8x = 16$$

平方完成

$$x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$$

を利用して、

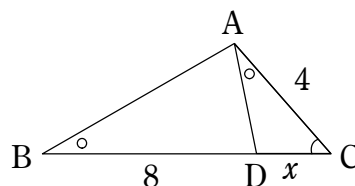
$$x^2 + 8x + 16 = 32$$

$$(x+4)^2 = 32$$

$$x+4 = 4\sqrt{2}, -4\sqrt{2}$$

$$\therefore x = -4 + 4\sqrt{2}, -4 - 4\sqrt{2}$$

$$x = CD > 0 \quad \text{だから、} CD = \boxed{-4 + 4\sqrt{2}}$$



問5.6

長さ $x, x+1, x+3$ の線分が直角三角形をなすとき、一番長い辺である $x+3$ が斜辺になっているので、ピタゴラスの定理より

$$x^2 + (x+1)^2 = (x+3)^2 \dots\dots\dots \star$$

となる。この方程式を整理すると

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = x^2 + 6x + 9$$

$$x^2 - 4x - 8 = 0$$

なので、平方完成 $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$ を利用して、

$$x^2 - 4x + 4 = 12$$

$$(x-2)^2 = 12$$

$$x-2 = 2\sqrt{3}, -2\sqrt{3}$$

よって、 $\star$ の解は $x = 2 + 2\sqrt{3}, 2 - 2\sqrt{3}$ となる。

ここで、 $x, x+1, x+3$ は辺の長さなので $x > 0$ であり、 $\boxed{x = 2 + 2\sqrt{3}}$ となる。