

中2数学B 2019年度1学期 宿題解答

§3 完全平方形

H3.1

$$(1) \quad (\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 5 + 2\sqrt{10} + 2 = \boxed{7 + 2\sqrt{10}}$$

$$(2) \quad (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 - 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 5 - 2\sqrt{10} + 2 = \boxed{7 - 2\sqrt{10}}$$

$$(3) \quad (3\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = (3\sqrt{2})^2 + 2 \times 3\sqrt{2} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 9 \times 2 + 6\sqrt{6} + 3 = \boxed{21 + 6\sqrt{6}}$$

$$(4) \quad (2 - \sqrt{5})^2 = 2^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = 4 - 4\sqrt{5} + 5 = \boxed{9 - 4\sqrt{5}}$$

H3.2

二重根号が外れて、

$$\sqrt{7 - 2\sqrt{10}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

と表せるとする。左辺は正の数を表しているので、 $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ も正の数であり、

$$a > b \dots\dots\dots \star$$

であることに注意する。

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 - 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 = a + b - 2\sqrt{ab}$$

なので、

$$\begin{aligned} \sqrt{7 - 2\sqrt{10}} &= \sqrt{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} \\ &= \sqrt{a + b - 2\sqrt{ab}} \end{aligned}$$

$$\therefore 7 - 2\sqrt{10} = a + b - 2\sqrt{ab}$$

が成り立つ。そこで、

掛けて 10 足して 7

となる2数 a, b を探してみると、5と2が見つかる。よって、 $\star$ に注意して、

$$\sqrt{7 - 2\sqrt{10}} = \sqrt{5} - \sqrt{2} = 2.2360 - 1.4142 \dots = \boxed{0.82} \dots$$

H3.3

自然数 N の下 2 桁が 25 だから、

$$N = 100x + 25 \quad (x \text{ は } 0 \text{ 以上の整数})$$

と表せる。これより、

$$\begin{aligned} N^2 &= (100x + 25)^2 \\ &= (100x)^2 + 2 \times 100x \times 25 + 25^2 \\ &= 10000x^2 + 5000x + 625 \end{aligned}$$

となる。

$$(1) \quad N^2 = 10000x^2 + 5000x + 625 = 1000(10x^2 + 5x) + 625$$

ここで、 x は 0 以上の整数なので、 $1000(10x^2 + 5x)$ は 0 以上の整数であり、1000 の倍数であるから下 3 桁は 000 となっている。

したがって、 N^2 の下 3 桁は $000 + 625 = 625$ である。

$$(2) \quad N^2 \text{ の千の位の数} \text{は、(1)より、} 1000(10x^2 + 5x) \text{ の千の位の数で決まり、これは}$$

$$\underbrace{10x^2}_{\text{一の位の数}0} + 5x$$

の一の位の数に他ならない。 x は 0 以上の整数なので、 $10x^2, 5x$ は 0 以上の整数であり、 $10x^2$ の一の位数は 0 なので、 $10x^2 + 5x$ の一の位数は $5x$ の一の位の数と一致する。これは x が偶数なら 0、奇数なら 5 である。

したがって、 N^2 の千の位の数としてありうるものは、 $\boxed{0, 5}$ である。

H3.4

- (1) $144_{(5)} = 1 \times 5^2 + 4 \times 5 + 4 \times 1 = \boxed{49}$, $144_{(6)} = 1 \times 6^2 + 4 \times 6 + 4 \times 1 = \boxed{64}$
 $144_{(7)} = 1 \times 7^2 + 4 \times 7 + 4 \times 1 = \boxed{81}$, $144_{(8)} = 1 \times 8^2 + 4 \times 8 + 4 \times 1 = \boxed{100}$
でいずれも平方数になっている。

- (2) $144_{(n)} = 1 \times n^2 + 4 \times n + 4 \times 1 = n^2 + 4n + 4 = (n+2)^2$
なので、 $144_{(n)}$ は $n (\geq 5)$ によらず、平方数であることが分かる。

H3.5

$$\sqrt{6}x + 3 = 2x - 1 \quad \text{より、}$$

$$\sqrt{6}x - 2x = -1 - 3$$

$$(\sqrt{6} - 2)x = -4$$

したがって、

$$x = \frac{-4}{\sqrt{6} - 2} = \frac{-4(\sqrt{6} + 2)}{(\sqrt{6} - 2)(\sqrt{6} + 2)} = \frac{-4(\sqrt{6} + 2)}{6 - 4} = \boxed{-2\sqrt{6} - 4}$$