

中2数学C 2019年度1学期 本問解答

§1 展開・因数分解

※ 欠席してしまった場合は、問 1.1～問 1.5, 問 1.7, 問 1.8 を（余裕があれば問 1.6, 問 1.9 も）自分で確認し、p.7 の宿題 H1.1～H1.5 に取り組んで提出してください。

問1.1

(1) 分配法則を繰り返し用いる。

$$(i) \quad a(x+y) = \boxed{ax+ay}$$

$$(ii) \quad (a+b)(x+y) = a(x+y) + b(x+y) = \boxed{ax+ay+bx+by}$$

$$(iii) \quad (a+b+c)(x+y) = a(x+y) + b(x+y) + c(x+y) = \boxed{ax+ay+bx+by+cx+cy}$$

$$(iv) \quad (a+b+c)(x+y+z) = a(x+y+z) + b(x+y+z) + c(x+y+z) \\ = \boxed{ax+ay+az+bx+by+bz+cx+cy+cz}$$

(2) 結果として、それぞれの括弧から 1 項ずつを選んで掛けたものがすべて出てくる。
 $(a+b+c+d)(x+y+z)$ を展開すると $4 \times 3 = 12$ 項が現れるが、これら 12 項に同類項は含まれないので、全部で $\boxed{12}$ 項の和となる。

問1.2

$$(1) \quad (2a+b)(c+3d) = \boxed{2ac+6ad+bc+3bd}$$

$$(2) \quad (a-2b)(3c+4d) = \boxed{3ac+4ad-6bc-8bd}$$

$$(3) \quad (a-b)(a-2b) = a^2 - 2ab - ab + 2b^2 = \boxed{a^2 - 3ab + 2b^2}$$

$$(4) \quad (a+2b)^2 = (a+2b)(a+2b) = a^2 + 2ab + 2ab + 4b^2 = \boxed{a^2 + 4ab + 4b^2}$$

問1.3

$x = 5431.9$ とおくと、値を求めるべき式は、

$$(x+1)(x+2) - x(x-7)$$

と表せる。これを展開・整理すると、

$$(x+1)(x+2) - x(x-7) = (x^2 + 2x + x + 2) - (x^2 - 7x) \\ = (x^2 + 3x + 2) - (x^2 - 7x) \\ = 10x + 2$$

となる。ここに、 $x = 5431.9$ を代入して、求める値は、

$$10 \times 5431.9 + 2 = 54319 + 2 = \boxed{54321}$$

問1.4

a を 5 で割ったときの商を m とおき、 b を 5 で割ったときの商を n とおくと、

$$a = 5m + 3, \quad b = 5n + 4$$

と表せるので、

$$\begin{aligned} ab &= (5m + 3)(5n + 4) \\ &= 25mn + 20m + 15n + \underline{12} \\ &= 5 \times 5mn + 5 \times 4m + 5 \times 3n + \underline{5 \times 2 + 2} \\ &= 5(5mn + 4m + 3n + 2) + 2 \end{aligned}$$

となる。

m, n は整数なので、 $5mn + 4m + 3n + 2$ も整数であり、この式から ab は

$$5 \times (\text{整数}) + 2$$

の形に表されているので、5 で割った余り r は常に $\boxed{2}$ である。

問1.5

(1) $\underbrace{(x+2)(x^2-x+3)}$ を展開したときの x の項は、

$$x \times 3 + 2 \times (-x) = 3x - 2x = x$$

であるから、その係数は $\boxed{1}$ である。

すべてを展開せずとも、必要な所だけを取り出して掛け合わせることができるようにしよう。

(2)

$$(i) \quad (x+1)(x + \boxed{3}) = x^2 + \boxed{4}x + 3$$

$$(ii) \quad (2x+1)(\boxed{1}x + \boxed{(-1)}) = 2x^2 + \boxed{(-1)}x - 1$$

$$(iii) \quad (x+1)(x^2 - x + \boxed{3}) = x^3 + \boxed{0}x^2 + \boxed{2}x + 3$$

$$(iv) \quad (x-3)(x^2 + \boxed{2}x + \boxed{(-1)}) = x^3 - x^2 - 7x + 3$$

$$(v) \quad (2x+1)(x^2 + \boxed{(-1)}x + \boxed{(-1)}) = 2x^3 - x^2 + \boxed{(-3)}x - 1$$

問1.6

$$(\boxed{1} - d + \boxed{2})(\boxed{3} - \boxed{4}) = -c^2 + \boxed{5}c + ab - \boxed{6}\boxed{7} - bd + \boxed{8}d$$

右辺の $-c^2$ を、文字が 1 つになるような 2 つの積に分解する方法は $c \times (-c)$ であるから、左辺の $\boxed{1}$ と $\boxed{4}$ あるいは $\boxed{2}$ と $\boxed{4}$ には c が入る。 $\boxed{1}$ と $\boxed{2}$ は入れ替えても同じなので、 $\boxed{2}$ の方を c としよう。すると、右辺の ab という項から、左辺の残りの $\boxed{1}$ と $\boxed{3}$ に順に a, b あるいは b, a が入る。ところが、右辺の $-bd$ という項から、 $\boxed{3}$ の方が b でなくてはならない。以上で左辺が $(a-d+c)(b-c)$ と決定された。これを展開すると、

$$\begin{aligned}(a-d+c)(b-c) &= ab - ac - db + dc + cb - c^2 \\ &= -c^2 + bc + ab - ac - bd + cd\end{aligned}$$

となるから、右辺の空欄も（矛盾なく）埋まる。

$$\boxed{1} = a, \boxed{2} = c, \boxed{3} = b, \boxed{4} = c, \boxed{5} = b, \boxed{6} = a, \boxed{7} = c, \boxed{8} = c$$

$\boxed{1}$ と $\boxed{2}$ 、および $\boxed{6}$ と $\boxed{7}$ は、それぞれ逆でもよい。

問1.7

$$(1) \quad x^2 + 11x + 18 = (x + \boxed{2})(x + \boxed{9})$$

$$(2) \quad x^2 - 10x - 24 = (x + \boxed{2})(x + \boxed{-12})$$

問1.8

$$(1) \quad x^2 + 8x + 12 = \boxed{(x+2)(x+6)}$$

$$(2) \quad x^2 + 4x - 12 = \boxed{(x-2)(x+6)}$$

$$(3) \quad x^2 - 9x + 18 = \boxed{(x-3)(x-6)}$$

$$(4) \quad x^2 - 7x - 18 = \boxed{(x+2)(x-9)}$$

問1.9

$$(1) \quad (1+x)^2 = (1+x)(1+x) = \boxed{1+2x+x^2}$$

$$(2) \quad (1+x+x^2)^2 = \underbrace{(1+x+x^2)(1+x+x^2)}$$

を展開したときの、例えば x^2 の項は

$$1 \times x^2 + x \times x + x^2 \times 1 = 3x^2$$

である。他の項についても同様に、

$$(1+x+x^2)^2 = \boxed{1+2x+3x^2+2x^3+x^4}$$

$$(3) \quad (1+x+x^2+x^3)^2 = \underbrace{(1+x+x^2+x^3)(1+x+x^2+x^3)}$$

を展開したときの、例えば x^4 の項は

$$x \times x^3 + x^2 \times x^2 + x^3 \times x = 3x^4$$

である。他の項についても同様に、

$$(1+x+x^2+x^3)^2 = \boxed{1+2x+3x^2+4x^3+3x^4+2x^5+x^6}$$

$$(4) \quad (1+x+x^2+\cdots+x^{1999}+x^{2000})^2 = (1+x+x^2+\cdots+x^{1999}+x^{2000})(1+x+x^2+\cdots+x^{1999}+x^{2000})$$

を展開したときの x^{2345} の項は

$$x^{345} \times x^{2000} + x^{346} \times x^{1999} + x^{347} \times x^{1998} + \cdots + x^{1999} \times x^{346} + x^{2000} \times x^{345}$$

である。これを整理する前の項数は $2000-345+1=1656$ で、係数はすべて 1 である。

よって、これを整理すると $1656x^{2345}$ となり、求める係数は $\boxed{1656}$ である。