中2数学C　2019年度1学期　宿題解答
§2　平方差

H2.1

(1)　$x^2-144=x^2-12^2=\boxed{(x+12)(x-12)}$

(2)　$16x^2-49y^2=(4x)^2-(7y)^2=\boxed{(4x+7y)(4x-7y)}$

H2.2

(1)　$\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)=\left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2=7-3=\boxed{4}$

(2)　$\left(2\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)\left(2\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)=\left(2\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2=4\times3-5=\boxed{7}$

H2.3

(1)　$$\frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}=\frac{4\qquad\times\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}{\underbrace{\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)\times\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}_{\left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2=7-3=4}}=\frac{\overset{1}{\cancel{4}}\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}{\underset{1}{\cancel{4}}}=\boxed{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$$

(2)　$$\frac{7\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-1}=\frac{7\sqrt{2}\qquad\times\left(2\sqrt{2}+1\right)}{\underbrace{\left(2\sqrt{2}-1\right)\times\left(2\sqrt{2}+1\right)}_{\left(2\sqrt{2}\right)^2-1^2=4\times2-1=7}}=\frac{\overset{1}{\cancel{7}}\sqrt{2}\left(2\sqrt{2}+1\right)}{\underset{1}{\cancel{7}}}=2\times2+\sqrt{2}=\boxed{4+\sqrt{2}}$$

(3) $$\frac{\sqrt{6}}{3-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}\times\left(3+\sqrt{3}\right)}{\underbrace{\left(3-\sqrt{3}\right)\times\left(3+\sqrt{3}\right)}_{3^2-\left(\sqrt{3}\right)^2=9-3=6}}=\frac{\sqrt{6}\left(3+\sqrt{3}\right)}{6}=\frac{3\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{6}=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}{\underset{2}{\cancel{6}}}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{2}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}=\frac{2\times\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)}{\underbrace{\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)\times\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)}_{\left(\sqrt{6}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2=6-2=4}}=\frac{\overset{1}{\cancel{2}}\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)}{\underset{2}{\cancel{4}}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore\ \frac{\sqrt{6}}{3-\sqrt{3}}-\frac{2}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}-\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)}{2}$$

$$=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\boxed{\sqrt{2}}$$

(4) $$\frac{1}{5+\sqrt{22}}=\frac{1\times\left(5-\sqrt{22}\right)}{\underbrace{\left(5+\sqrt{22}\right)\times\left(5-\sqrt{22}\right)}_{5^2-\left(\sqrt{22}\right)^2=25-22=3}}=\frac{5-\sqrt{22}}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{22}+\sqrt{19}}=\frac{1\times\left(\sqrt{22}-\sqrt{19}\right)}{\underbrace{\left(\sqrt{22}+\sqrt{19}\right)\times\left(\sqrt{22}-\sqrt{19}\right)}_{\left(\sqrt{22}\right)^2-\left(\sqrt{19}\right)^2=22-19=3}}=\frac{\sqrt{22}-\sqrt{19}}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{19}+4}=\frac{1\times\left(\sqrt{19}-4\right)}{\underbrace{\left(\sqrt{19}+4\right)\times\left(\sqrt{19}-4\right)}_{(\sqrt{19})^2-4^2=19-16=3}}=\frac{\sqrt{19}-4}{3}$$

$$\therefore\ \frac{1}{5+\sqrt{22}}+\frac{1}{\sqrt{22}+\sqrt{19}}+\frac{1}{\sqrt{19}+4}=\frac{5-\cancel{\sqrt{22}}}{3}+\frac{\cancel{\sqrt{22}}-\cancel{\sqrt{19}}}{3}+\frac{\cancel{\sqrt{19}}-4}{3}$$

$$=\frac{5-4}{3}=\boxed{\frac{1}{3}}$$

H2.4

$1<\sqrt{2}<2$ より、$\sqrt{2}$ の整数部分は1であり、ゆえに小数部分a は

$$a=\sqrt{2}-1$$

である。これより、

$$\frac{1}{a}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{1\times\left(\sqrt{2}+1\right)}{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}=\frac{\sqrt{2}+1}{2-1}=\sqrt{2}+1$$

であるから、

$$\frac{1}{a}-a=\left(\sqrt{2}+1\right)-\left(\sqrt{2}-1\right)=\boxed{2}$$

H2.5

$\sqrt{n^2+92}$ が整数であるとし、 それをm(もちろん正)とおくと、

$$n^2+92=m^2$$

$$92=m^2-n^2$$

$\therefore (m+n)(m-n)=92$ ………………………… ①

ここで、整数$m+n,\ m-n$ について、以下が成り立つことに注意する。

- ①より$m+n$ と$m-n$は同符号であり、m,n は正だから$m+n>0,\ m+n>m-n$
  よって、$m+n>m-n>0$
- $(m+n)+(m-n)=2m$ は偶数だから、$m+n,\ m-n$ の偶奇は一致

したがって、①より、

$$\begin{cases} m+n \\ m-n \end{cases} = \cancel{\begin{cases} 92 \\ 1 \end{cases}},\ \begin{cases} 46 \\ 2 \end{cases},\ \cancel{\begin{cases} 23 \\ 4 \end{cases}}$$

であるから、

$$(m,n)=(24,22)$$

以上より、求めるnは$\boxed{n=22}$ である。

H2.6

(1), (2), (3)いずれの△ABC においても、点 A から底辺 BC におろした垂線の足を H とすると、AB=AC より BH=CH となる。AH=x とおく。

(1)　△ABH において、

ピタゴラスの定理より、

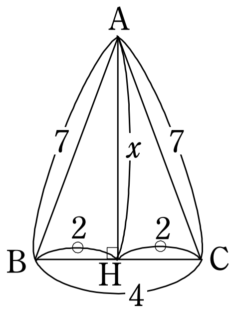
$x^2+2^2=7^2$ なので、

$x^2=7^2-2^2=45=9\times5$

$x>0$より、$x=3\sqrt{5}$

よって、△ABC=$\dfrac{1}{2}$×BC×AH

$=\dfrac{1}{2}\times4\times3\sqrt{5}=\boxed{6\sqrt{5}}$



(2)　△ABH において、

$30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の対辺の

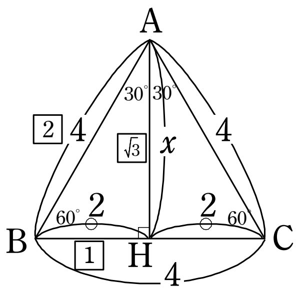
比が$1:\sqrt{3}:2$なので、

$2:x=1:\sqrt{3}$

$\therefore\ x=2\sqrt{3}$

よって、△ABC=$\dfrac{1}{2}$×BC×AH

$=\dfrac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}=\boxed{4\sqrt{3}}$



(3)　△ABH において、

$30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の対辺の

比が$1:\sqrt{3}:2$なので、

$6:x=\sqrt{3}:1$

$\therefore x=6\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{6}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\dfrac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$

よって、△ABC=$\dfrac{1}{2}$×BC×AH

$=\dfrac{1}{2}\times12\times2\sqrt{3}=\boxed{12\sqrt{3}}$