中2数学C　2019年度1学期　宿題解答
§4　ピタゴラス数

H4.1
2 つの奇数の平方数 a^2, b^2 の和が平方数 c^2 と一致したとする:

$$a^2+b^2=c^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

問 4.1 より、a^2, b^2 を 4 で割った余りはそれぞれ 1 になるから、①の左辺を 4 で割った余りは $1+1=2$ となる。ところが、再び問 4.1 から、c^2 を 4 で割った余りは 0 または 1 しかあり得ないから、これは①の等式が成り立つことに矛盾する。したがって、2 つの奇数の平方数の和が平方数になることは$\boxed{\text{ない}}$。

H4.2
(1)
$$\begin{aligned}(x+4)(x-16)-(x-8)(x+8) &= (x^2-12x-64)-(x^2-64)\\ &= x^2-12x-64-x^2+64\\ &= \boxed{-12x}\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}2(x+3)(x-4)-(x-7)(x+5) &= 2(x^2-x-12)-(x^2-2x-35)\\ &= 2x^2-2x-24-x^2+2x+35\\ &= \boxed{x^2+11}\end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned}\underbrace{\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)^2}_{\left(\sqrt{7}\right)^2-2\times\sqrt{7}\times\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2}-\underbrace{\left(2\sqrt{5}-\sqrt{11}\right)\left(2\sqrt{5}+\sqrt{11}\right)}_{\left(2\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{11}\right)^2} &= \left(7-2\sqrt{14}+2\right)-(20-11)\\ &= 9-2\sqrt{14}-9\\ &= \boxed{-2\sqrt{14}}\end{aligned}$$

(4)
$$\begin{aligned}\left(6-2\sqrt{3}\right)\left(3\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)-\underbrace{\left(3\sqrt{2}+2\right)^2}_{\left(3\sqrt{2}\right)^2+2\times3\sqrt{2}\times2+2^2} &= \left(18\sqrt{2}+\cancel{6\sqrt{6}}-\cancel{6\sqrt{6}}-2\times3\sqrt{2}\right)-\left(18+12\sqrt{2}+4\right)\\ &= \left(18\sqrt{2}-6\sqrt{2}\right)-\left(22+12\sqrt{2}\right)\\ &= 12\sqrt{2}-22-12\sqrt{2}\\ &= \boxed{-22}\end{aligned}$$

H4.3

(1) $$\frac{2}{\sqrt{10}-\sqrt{6}}-\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{2\times\left(\sqrt{10}+\sqrt{6}\right)}{\underbrace{\left(\sqrt{10}-\sqrt{6}\right)\times\left(\sqrt{10}+\sqrt{6}\right)}_{10-6=4}}-\frac{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$

$$=\frac{\cancel{2}^{1}\left(\sqrt{10}+\sqrt{6}\right)}{\cancel{4}_{2}}-\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{10}+\sqrt{6}\right)-\left(\sqrt{10}-\sqrt{6}\right)}{2}$$

$$=\frac{\sqrt{10}+\sqrt{6}-\sqrt{10}+\sqrt{6}}{2}$$

$$=\frac{2\sqrt{6}}{2}$$

$$=\boxed{\sqrt{6}}$$

(2) $$\frac{6}{\sqrt{7}-2}+\frac{4}{\sqrt{7}+3}=\frac{6\times\left(\sqrt{7}+2\right)}{\underbrace{\left(\sqrt{7}-2\right)\times\left(\sqrt{7}+2\right)}_{7-4=3}}+\frac{4\times\left(\sqrt{7}-3\right)}{\underbrace{\left(\sqrt{7}+3\right)\times\left(\sqrt{7}-3\right)}_{7-9=-2}}$$

$$=\frac{\cancel{6}^{2}\left(\sqrt{7}+2\right)}{\cancel{3}_{1}}+\frac{\cancel{4}^{2}\left(\sqrt{7}-3\right)}{-\cancel{2}_{1}}$$

$$=2\left(\sqrt{7}+2\right)-2\left(\sqrt{7}-3\right)$$

$$=2\sqrt{7}+4-2\sqrt{7}+6$$

$$=\boxed{10}$$

H4.4

$\sqrt{6}x+3=2x-1$　より、

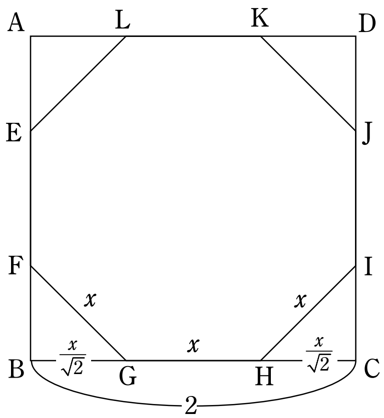
$$\sqrt{6}x-2x=-1-3$$

$$\left(\sqrt{6}-2\right)x=-4$$

したがって、

$$x=\frac{-4}{\sqrt{6}-2}=\frac{-4\left(\sqrt{6}+2\right)}{\left(\sqrt{6}-2\right)\left(\sqrt{6}+2\right)}=\frac{-\,{}^{2}\cancel{4}\left(\sqrt{6}+2\right)}{{}_{1}\cancel{6-4}}=\boxed{-2\sqrt{6}-4}$$

H4.5



正八角形の 1 辺の長さを x とおくと、

直角二等辺三角形 BFG において、

$FG:BG=\sqrt{2}:1$ なので、$BG=\dfrac{x}{\sqrt{2}}$

同様に、$CH=\dfrac{x}{\sqrt{2}}$

したがって、

$$BC=BG+GH+HC$$

$$=\frac{x}{\sqrt{2}}\times 2+x=\sqrt{2}x+x=\left(\sqrt{2}+1\right)x$$

正方形 ABCD の 1 辺の長さ BC は 2 だったので、

$$\left(\sqrt{2}+1\right)x=2$$

$$x=\frac{2}{\sqrt{2}+1}=\frac{2\left(\sqrt{2}-1\right)}{\underbrace{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}_{\sqrt{2}^{2}-1^{2}=2-1=1}}=2\left(\sqrt{2}-1\right)$$

よって、正八角形の 1 辺の長さは、$\boxed{2\sqrt{2}-2}$