

中2数学C 2019年度1学期 宿題解答

§5 平方完成と2次方程式

H5.1

- (1) 平方完成 $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$ を利用して、

$$x^2 + 10x + 1 = 0$$

$$x^2 + 10x + 25 = 24$$

$$(x + 5)^2 = 24$$

$$x + 5 = 2\sqrt{6}, -2\sqrt{6}$$

よって、 $\boxed{x = -5 + 2\sqrt{6}, -5 - 2\sqrt{6}}$

- (2) 平方完成 $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$ を利用して、

$$x^2 - 6x + 7 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 2$$

$$(x - 3)^2 = 2$$

$$x - 3 = \sqrt{2}, -\sqrt{2}$$

よって、 $\boxed{x = 3 + \sqrt{2}, 3 - \sqrt{2}}$

- (3) 両辺を4で割って、

$$x^2 + \boxed{}x + \boxed{} = 0$$

の形に整理すると、

$$4x^2 - 8x + 3 = 0$$

$$x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0$$

平方完成 $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$ を利用して、

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{4}$$

$$(x - 1)^2 = \frac{1}{4}$$

$$x - 1 = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

よって、 $x = 1 + \frac{1}{2}, 1 - \frac{1}{2}$ なので、 $\boxed{x = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}}$

(4) 平方完成 $x^2 - 4\sqrt{3}x + 12 = (x - 2\sqrt{3})^2$ を利用して、

$$x^2 - 4\sqrt{3}x + 8 = 0$$

$$x^2 - 4\sqrt{3}x + 12 = 4$$

$$(x - 2\sqrt{3})^2 = 4$$

$$x - 2\sqrt{3} = 2, -2$$

よって、 $\boxed{x = 2\sqrt{3} + 2, 2\sqrt{3} - 2}$

H5.2

$\triangle ABC$ と $\triangle DAC$ について、

$$\angle ABC = \angle DAC \quad (\text{仮定})$$

$$\angle ACB = \angle DCA \quad (\text{共通})$$

だから、二角相等で

$$\triangle ABC \sim \triangle DAC$$

である。よって、対応辺を考え、

$$BC : CA = AC : CD$$

$CD = x$ とおくと、

$$(12 + x) : 7 = 7 : x$$

$$\frac{12 + x}{7} = \frac{7}{x}$$

$$(12 + x)x = 7 \times 7$$

$$\therefore x^2 + 12x = 49 \dots\dots \textcircled{1}$$

を得る。平方完成 $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$ を利用して、さらに書き換えると

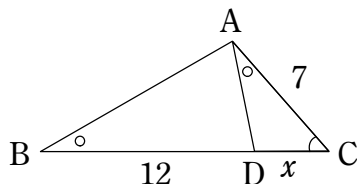
$$x^2 + 12x + 36 = 49 + 36$$

$$(x + 6)^2 = 85$$

$$x + 6 = \sqrt{85}, -\sqrt{85}$$

よって、 $\textcircled{1}$ の解は $x = -6 + \sqrt{85}, -6 - \sqrt{85}$ である。

$x = CD > 0$ だから、 $CD = \boxed{-6 + \sqrt{85}}$



H5.3

x の方程式

$$x^2 - 2(a+3)x + 8a + 2 = 0$$

が $x=a$ を解の一つにもつので、 $x=a$ を代入した

$$a^2 - 2a(a+3) + 8a + 2 = 0$$

$$a^2 - 2a^2 - 6a + 8a + 2 = 0$$

$$-a^2 + 2a + 2 = 0$$

$$a^2 - 2a - 2 = 0$$

が成り立つ。よって、求める a の値は、この a の方程式の解である。

平方完成 $a^2 - 2a + 1 = (a-1)^2$ を利用して方程式を解くと、

$$a^2 - 2a - 2 = 0$$

$$a^2 - 2a + 1 = 3$$

$$(a-1)^2 = 3$$

$$a-1 = \sqrt{3}, -\sqrt{3}$$

したがって、ありうる a の値は $\boxed{a=1+\sqrt{3}, 1-\sqrt{3}}$

H5.4

(1) B 管だけで $V[\text{m}^3]$ のプールを満水にするのに $x+4$ [分] かかることになるから、B 管

が 1 分間に入れる水の量は $\boxed{\frac{V}{x+4}}$ $[\text{m}^3]$ である。

(2) (1)と同様に A 管が 1 分間に入れる水の量は $\frac{V}{x} [\text{m}^3]$ と分かる。まず A 管で 15 分、その後 B 管で 9 分注水するとプールが満水になるのだから、

$$\frac{V}{x} \times 15 + \frac{V}{x+4} \times 9 = V$$

この両辺を $V (\neq 0)$ で割って、

$$\boxed{\frac{15}{x} + \frac{9}{x+4} = 1}$$

を得る。

(3) (2)で得られた方程式の両辺に $x(x+4)$ を掛けると、

$$\frac{15}{\cancel{x}} \times \cancel{x}(x+4) + \frac{9}{\cancel{x+4}} \times x \cancel{(x+4)} = x(x+4)$$

$$15x + 60 + 9x = x^2 + 4x$$

$$60 = x^2 + 4x - 15x - 9x$$

$$\therefore x^2 - 20x = 60$$

となる。平方完成 $x^2 - 20x + 100 = (x - 10)^2$ を利用してこれを解くと、

$$x^2 - 20x + 100 = 60 + 100$$

$$(x - 10)^2 = 160$$

$$x - 10 = 4\sqrt{10}, -4\sqrt{10}$$

したがって、(2)の方程式の解は、 $x = 10 - 4\sqrt{10}, 10 + 4\sqrt{10}$ となる。

A 管で満水にするのには 15 分以上かかるから、 $x > 15$ であり、求める x の値は

$$x = \boxed{10 + 4\sqrt{10}}$$

である。($4\sqrt{10} = \sqrt{160} > \sqrt{25} = 5$ だから、確かに $10 + 4\sqrt{10} > 15$ である。)