中2数学C　2019年度1学期　宿題解答
§6　折り紙で正五角形

H6.1

(1)　$(a+b)^2+(a-b)^2=a^2\ \cancel{+2ab}+b^2+a^2\ \cancel{-2ab}+b^2=\boxed{2a^2+2b^2}$

(2)　$(a+b)^2-(a-b)^2=(a^2+2ab+b^2)-(a^2-2ab+b^2)$

$$=\cancel{a^2}+2ab\ \cancel{+b^2}\ \cancel{-a^2}+2ab\ \cancel{-b^2}=\boxed{4ab}$$

※　2乗の差の形に注目して

$$(a+b)^2-(a-b)^2=\{(a+b)+(a-b)\}\{(a+b)-(a-b)\}$$
$$=2a(a+b-a+b)=2a\times 2b=\boxed{4ab}$$

のように計算することもできる。

(3)　$(a^2+a+1)(a^2-a+1)=\{(a^2+1)+a\}\{(a^2+1)-a\}$

$$=(a^2+1)^2-a^2$$
$$=(a^2)^2+2a^2+1-a^2$$
$$=\boxed{a^4+a^2+1}$$

(4)　$(a+b+c)^2=\{(a+b)+c\}^2=(a+b)^2+2(a+b)c+c^2$

$$=a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2=\boxed{a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca}$$

H6.2

$A=2+\sqrt{3}, B=2-\sqrt{3}$ とおくと、

$AB=\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)=2^2-\sqrt{3}^2=4-3=1$

$A^2=\left(2+\sqrt{3}\right)^2=2^2+2\times 2\times\sqrt{3}+\sqrt{3}^2=4+4\sqrt{3}+3=7+4\sqrt{3}$

となることに注目すると、

(1)　$\left(2+\sqrt{3}\right)^3\left(2-\sqrt{3}\right)=A^3B=A^2\times AB=A^2\times 1=A^2=\boxed{7+4\sqrt{3}}$

(2)　$\left(2+\sqrt{3}\right)^4\left(2-\sqrt{3}\right)^2=A^4B^2=A^2\times A^2B^2=A^2\times(AB)^2=A^2\times 1^2=A^2=\boxed{7+4\sqrt{3}}$

(3)　$\left(2+\sqrt{3}\right)^{102}\left(2-\sqrt{3}\right)^{100}=A^{102}B^{100}=A^2\times A^{100}B^{100}=A^2\times(AB)^{100}=A^2\times 1^{100}=A^2=\boxed{7+4\sqrt{3}}$

H6.3

(1) $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)=\left\{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)+\sqrt{5}\right\}\left\{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)-\sqrt{5}\right\}$

$$=\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2-\sqrt{5}^2$$

$$=2+2\sqrt{6}+3-5=\boxed{2\sqrt{6}}$$

(2) $$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}=\frac{1\qquad\times\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}{\underbrace{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\times\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}_{(1)\text{より}2\sqrt{6}}}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\qquad\times\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{30}}{2\times 6}=\boxed{\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{30}}{12}}$$

H6.4

(1) $x^2+2x-1=0$

平方完成　$x^2+2x+1=(x+1)^2$　を利用して、

$$x^2+2x+1=2$$

$$(x+1)^2=2$$

$$x+1=\sqrt{2},-\sqrt{2}$$

よって、$\boxed{x=-1+\sqrt{2},-1-\sqrt{2}}$

(2) $x^2-6x-9=0$

平方完成　$x^2-6x+9=(x-3)^2$　を利用して、

$$x^2-6x+9=18$$

$$(x-3)^2=18$$

$$x-3=3\sqrt{2},-3\sqrt{2}$$

よって、$\boxed{x=3+3\sqrt{2},3-3\sqrt{2}}$

(3)　$2x^2+12x+10=0$

両辺を 2 で割って

$$x^2+6x+5=0$$

平方完成　$x^2+6x+9=(x+3)^2$　を利用して、

$$x^2+6x+9=4$$

$$(x+3)^2=4$$

$$x+3=2,-2$$

よって、 $\boxed{x=-1,-5}$

(4)　$4x^2-1=4x$ より、

$$4x^2-4x=1$$

両辺を 4 で割って

$$x^2-x=\frac{1}{4}$$

平方完成　$x^2-x+\frac{1}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$　を利用して、

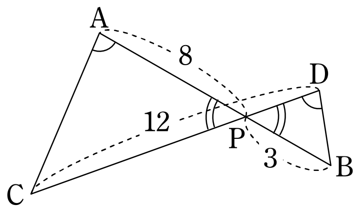
$$x^2-x+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$$

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{2}{4}$$

$$x-\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

よって、 $\boxed{x=\frac{1+\sqrt{2}}{2},\frac{1-\sqrt{2}}{2}}$

H6.5



△ACP と△DBP において、

　　∠CAP = ∠BDP （仮定）

　　∠APC = ∠DPB （対頂角）

より、

　　△ACP ∽ △DBP （二角相等）

　∴ AP : CP = DP : BP （対応する辺の比） ……………①

CP の長さを x とおくと、

　　$\mathrm{DP} = \mathrm{CD} - \mathrm{CP} = 12 - x$

で、①より、

　　$8 : x = (12 - x) : 3$ ……………②

②を解くと、

$$24 = x(12 - x)$$

$$24 = 12x - x^2$$

$$x^2 - 12x + 24 = 0$$

平方完成　$x^2 - 12x + 36 = (x - 6)^2$　を利用して、

$$x^2 - 12x + 36 = 12$$

$$(x - 6)^2 = 12$$

$$x - 6 = 2\sqrt{3}, -2\sqrt{3}$$

$$x = 6 + 2\sqrt{3}, 6 - 2\sqrt{3}$$

ここで、

　　$0 < \sqrt{3} < 2,\quad \therefore 0 < 2\sqrt{3} < 4$

より、この解はどちらも $0 < x < 12$ を満たすので、

　　$\mathrm{CP} = \boxed{6 + 2\sqrt{3}, 6 - 2\sqrt{3}}$