

中2数学X 2019年度1学期 本問解答

§6 平方差

※ 欠席してしまった場合は、問 6.1～問 6.4 を（余裕があれば問 6.5, 問 6.6 も）自分で確認し、p.35, p.36 の宿題 H6.1～H6.3 に（余裕があれば H6.4, H6.5 も）取り組んで提出してください。

問6.1

$$(1) \quad (a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = \boxed{a^2 - b^2}$$

$$(2) \quad (5x+2y)(5x-2y) = (5x)^2 - (2y)^2 = \boxed{25x^2 - 4y^2}$$

(3)

$$(i) \quad a^2 - 4 = a^2 - 2^2 = \boxed{(a+2)(a-2)}$$

$$(ii) \quad a^2 - 4b^2 = a^2 - (2b)^2 = \boxed{(a+2b)(a-2b)}$$

$$(iii) \quad 9a^2 - 16b^2 = (3a)^2 - (4b)^2 = \boxed{(3a+4b)(3a-4b)}$$

問6.2

$$(1) \quad (3x+4y)(3x-4y) = (3x)^2 - (4y)^2 = \boxed{9x^2 - 16y^2}$$

(2)

$$(i) \quad a^2 - 36 = a^2 - 6^2 = \boxed{(a+6)(a-6)}$$

$$(ii) \quad 16a^2 - 25b^2 = (4a)^2 - (5b)^2 = \boxed{(4a+5b)(4a-5b)}$$

$$(iii) \quad (a+b)^2 - c^2 = \boxed{(a+b+c)(a+b-c)}$$

問6.3

(1)

$$(i) \quad (\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2 = 5 - 2 = \boxed{3}$$

$$(ii) \quad (\sqrt{3} + 2\sqrt{2})(\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) = (\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{2})^2 = 3 - 4 \times 2 = \boxed{-5}$$

(2) (1)のように和と差の積を作れば、平方根のない形に変形できる。

$$\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{1}{\underbrace{(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \times (\sqrt{3} + \sqrt{2})}_{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 3 - 2 = 1}} \times (\sqrt{3} + \sqrt{2}) = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{1} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

よって、この値を小数第2位まで正確に求めると、

$$1.732\cdots + 1.414\cdots = \boxed{3.14}\cdots$$

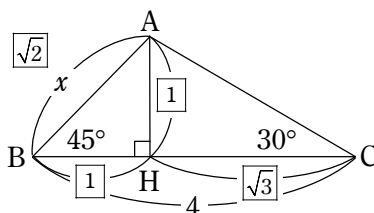
(3) AからBCに下ろした垂線の足をHとすると、
△ABH は直角二等辺三角形、△ACH は
30°, 60°, 90° の直角三角形なので、辺の比は右
図のようになり、

$$AB : BC = \sqrt{2} : (1 + \sqrt{3})$$

である。したがって、

$$x : 4 = \sqrt{2} : (1 + \sqrt{3})$$

$$\therefore x = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{3}} = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{\underbrace{(\sqrt{3} + 1) \times (\sqrt{3} - 1)}_{(\sqrt{3})^2 - 1^2 = 3 - 1 = 2}} = \cancel{4}^2 \times \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}_1} = \boxed{2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}}$$



問6.4

$$(1) \quad (3\sqrt{2} + 4)(3\sqrt{2} - 4) = (3\sqrt{2})^2 - 4^2 = 9 \times 2 - 16 = \boxed{2}$$

(2)

$$(i) \quad \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{1}{\underbrace{(\sqrt{5} + \sqrt{3}) \times (\sqrt{5} - \sqrt{3})}_{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 5 - 3 = 2}} \times (\sqrt{5} - \sqrt{3}) = \boxed{\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}}$$

$$(ii) \quad \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} = \frac{1}{\underbrace{(3 - 2\sqrt{2}) \times (3 + 2\sqrt{2})}_{3^2 - (2\sqrt{2})^2 = 9 - 4 \times 2 = 1}} \times (3 + 2\sqrt{2}) = \frac{3 + 2\sqrt{2}}{1} = \boxed{3 + 2\sqrt{2}}$$

問6.5

E から AB に下ろした垂線の足を H とおく。

すると、 $\triangle AEH$ は $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の三角形なので、

$$AH : EH = \sqrt{3} : 1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\triangle BEH$ は直角二等辺三角形なので、

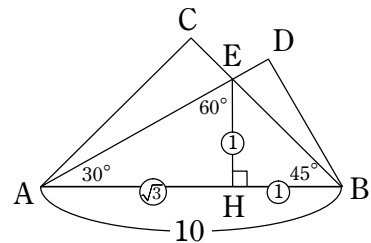
$$BH : EH = 1 : 1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{より、} AB : EH = (\sqrt{3} + 1) : 1$$

$$AB = 10 \text{ なので、} 10 : EH = (\sqrt{3} + 1) : 1$$

$$EH = 10 \times \frac{1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{10}{\sqrt{3} + 1} = \frac{10(\sqrt{3} - 1)}{\underbrace{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)}_{\sqrt{3}^2 - 1^2 = 3 - 1 = 2}} = \frac{10(\sqrt{3} - 1)}{2} = 5(\sqrt{3} - 1)$$

$$\text{よって、} \triangle ABE = \frac{1}{2} \times AB \times EH = \frac{1}{2} \times 10 \times 5(\sqrt{3} - 1) = 25(\sqrt{3} - 1) = \boxed{25\sqrt{3} - 25}$$



問6.6

(1) ピタゴラスの定理より、

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

よって、

$$BC^2 = AB^2 - AC^2$$

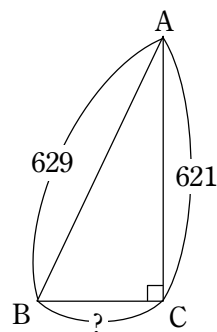
$$= 629^2 - 621^2$$

$$= (629 + 621)(629 - 621)$$

$$= 1250 \times 8$$

$$= 10000$$

$$\therefore BC = \sqrt{10000} = \boxed{100} (> 0)$$



(2) ピタゴラスの定理より、

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

$$x^2 = 12^2 + y^2 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

よって

$$x^2 - y^2 = 12^2$$

$$\therefore (x+y)(x-y) = 2^4 \times 3^2 \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

ここで、整数 $x+y, x-y$ について、以下が成り立つことに注意する。

- x, y は $\triangle ABC$ の辺の長さだから正であり、 x は斜辺の長さだから (あるいは①より) $x > y$ である。よって、 $x+y > x-y > 0$
- $(x+y) + (x-y) = 2x$ は偶数だから、 $x+y, x-y$ の偶奇は一致

ゆえに、②より、

$$\begin{cases} x+y \\ x-y \end{cases} = \begin{cases} 144 \\ 1 \end{cases}, \begin{cases} 72 \\ 2 \end{cases}, \begin{cases} 48 \\ 3 \end{cases}, \begin{cases} 36 \\ 4 \end{cases}, \begin{cases} 24 \\ 6 \end{cases}, \begin{cases} 18 \\ 8 \end{cases}, \begin{cases} 16 \\ 9 \end{cases}, \begin{cases} 12 \\ 12 \end{cases}$$

したがって、

$$(x, y) = (37, 35), (20, 16), (15, 9), (13, 5)$$

