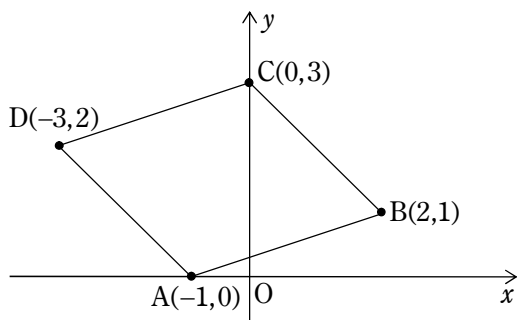


# 中2数学B 2019年度1学期 本問解答

## §10 点の移動

※ 欠席してしまった場合は、問 10.1～問 10.3 を（余裕があれば問 10.4 も）自分で確認し、p.19 の宿題 H10.1～H10.3 に取り組んで提出してください。

### 問10.1



四角形が平行四辺形となる条件を(定義を含めて)5つ覚えているだろうか。

- (ア) 向い合う2組の辺が平行。
- (イ) 向い合う2組の辺が等しい。
- (ウ) 向い合う2組の角が等しい。
- (エ) 対角線が互いに他を2等分する。
- (オ) 向い合う1組の辺が平行かつ等しい。

(ウ)以外の4つは、以下のように座標計算で簡単に示せる。

- (ア) A から B へは、  
 $x$  方向に  $2 - (-1) = 3$ ,  
 $y$  方向に  $1 - 0 = 1$   
 だけ平行移動している。…………… ①

- D から C へは、  
 $x$  方向に  $0 - (-3) = 3$ ,  
 $y$  方向に  $3 - 2 = 1$   
 だけ平行移動している。…………… ②

- A から D へは、  
 $x$  方向に  $-3 - (-1) = -2$ ,  
 $y$  方向に  $2 - 0 = 2$   
 だけ平行移動している。…………… ③

- B から C へは、  
 $x$  方向に  $0 - 2 = -2$ ,  
 $y$  方向に  $3 - 1 = 2$   
 だけ平行移動している。…………… ④

- ①, ②より、AB の傾きも DC の傾きも  $\frac{1}{3}$  であるので、 $AB \parallel DC$  と分かる。  
 また、③, ④より、AD の傾きも BC の傾きも  $\frac{2}{-2} = -1$  であるので、 $AD \parallel BC$  と分かる。  
 したがって、ABCD は向い合う2組の辺が平行だから平行四辺形である。

- (イ) ①, ②より、AB の長さも DC の長さも  $\sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$  と分かる。  
 また、③, ④より、AD の長さも BC の長さも  $\sqrt{(-2)^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$  と分かる。  
 したがって、ABCD は向い合う2組の辺が等しいので平行四辺形である。

- (エ) 線分 AC の中点は、  
 $\left( \frac{-1+0}{2}, \frac{0+3}{2} \right) = \left( -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right)$   
 であり、線分 BD の中点は、  
 $\left( \frac{2+(-3)}{2}, \frac{1+2}{2} \right) = \left( -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right)$   
 である。  
 これらは一致するから、ABCD の2本の対角線がそれぞれの中点で交わっていることが分かる。したがって、ABCD は平行四辺形である。

(オ) ①, ②より、AB の傾きも DC の傾きも  $\frac{1}{3}$

であるので、 $AB \parallel DC$  と分かる。

さらに、①, ②より、AB の長さも DC の長さも

$$\sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

と分かる。

したがって、ABCD は向い合う 1 組の辺が平行かつ等しいので平行四辺形である。

なお、 $AB \parallel DC$  かつ  $AB = DC$  であることを確認するには、①, ②から傾きと長さを計算せずとも、

A から B への移動(変位)と

D から C への移動(変位)が一致している

ことだけをみれば(①, ②そのもので)十分であると分かるだろう。

以下、例えば、①を「A から B への移動は

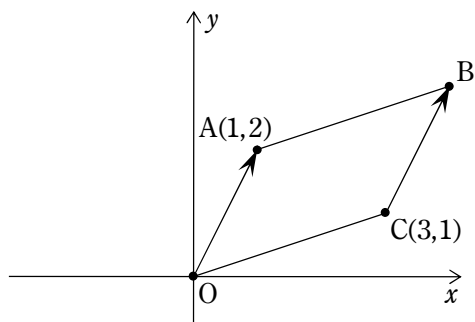
$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 - (-1) \\ 1 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

である」のように表現することにする。

( $\overrightarrow{AB}$  は「ベクトル AB」と読む。)

## 問10.2

(1)



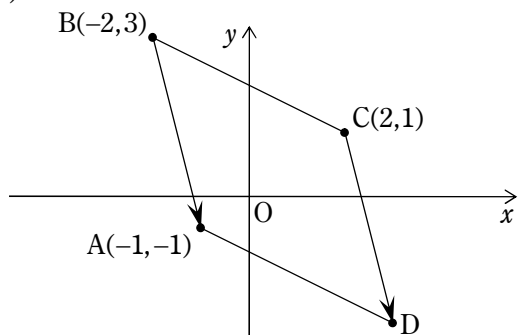
B は、C(3,1) から

$$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

だけ移動した点なので、その座標は

$$(3+1, 1+2) = \boxed{(4, 3)}$$

(2)



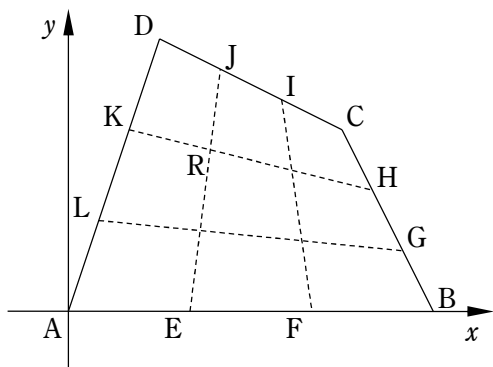
D は、C(2,1) から

$$\overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} -1 - (-2) \\ -1 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

だけ移動した点なので、その座標は

$$(2+1, 1+(-4)) = \boxed{(3, -3)}$$

# 問10.3



(1) まず、E, F の座標が

$$\boxed{E(4,0)}, \quad \boxed{F(8,0)}$$

であることがわかる。次に、A から K までの移動は、A から D までの移動

$$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix}$$

の  $\frac{2}{3}$  倍と考えられるから、

$$\overrightarrow{AK} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \times 3 \\ \frac{2}{3} \times 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

(このことを

$$\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AD} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

と書いてよい。)

K は原点 A からこれだけ移動した点なので、その座標は  $\boxed{K(2,6)}$

同様に、L は原点 A から

$$\overrightarrow{AL} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AD} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

だけ移動した点なので、その座標は

$$\boxed{L(1,3)}$$

(2) B から C への移動は

$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 9-12 \\ 6-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

である。B から G への移動はこの  $\frac{1}{3}$  倍で

$$\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

G は B(12,0) からこれだけ移動した点なので、その座標は  $(12+(-1), 0+2)$ 、つまり  $\boxed{G(11,2)}$

同様に、H は B(12,0) から

$$\overrightarrow{BH} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BC} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

だけ移動した点なので、その座標は  $(12-2, 0+4)$ 、つまり  $\boxed{H(10,4)}$

C から D への移動は

$$\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 3-9 \\ 9-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

である。C から I への移動はこの  $\frac{1}{3}$  倍で

$$\overrightarrow{CI} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

I は C(9,6) からこれだけ移動した点なので、その座標は  $(9-2, 6+1)$ 、つまり

$$\boxed{I(7,7)}$$

同様に、J は C(9,6) から

$$\overrightarrow{CJ} = \frac{2}{3} \overrightarrow{CD} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

だけ移動した点なので、その座標は  $(9-4, 6+2)$ 、つまり  $\boxed{J(5,8)}$

(3)

$$\overrightarrow{KH} = \begin{pmatrix} 10-2 \\ 4-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \end{pmatrix}$$

で、K から P への移動はこの  $\frac{1}{3}$  倍だから

$$\overrightarrow{KP} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{8}{3} \\ -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

P は K(2,6) からこれだけ移動した点なので、その座標は

$$\left( 2 + \frac{8}{3}, 6 - \frac{2}{3} \right) = \boxed{\left( \frac{14}{3}, \frac{16}{3} \right)}$$

(4)

$$\overrightarrow{JE} = \begin{pmatrix} 4-5 \\ 0-8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -8 \end{pmatrix}$$

で、J から Q への移動はこの  $\frac{1}{3}$  倍だから

$$\overrightarrow{JQ} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ -\frac{8}{3} \end{pmatrix}$$

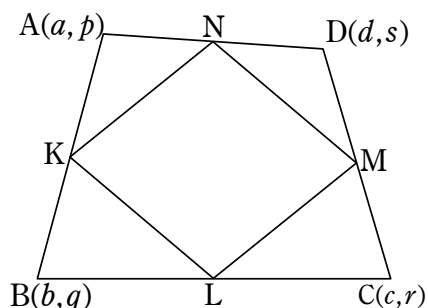
Q は J(5,8) からこれだけ移動した点なので、その座標は

$$\left( 5 - \frac{1}{3}, 8 - \frac{8}{3} \right) = \boxed{\left( \frac{14}{3}, \frac{16}{3} \right)}$$

(5) P と Q が一致したので、これが KH と JE

の交点 R に他ならない。  $\boxed{R\left(\frac{14}{3}, \frac{16}{3}\right)}$

# 問10.4



K は辺 AB の中点なので、その座標は

$$K\left(\frac{a+b}{2}, \frac{p+q}{2}\right)$$

である。同様に L, M, N の座標は、それぞれ

$$L\left(\frac{b+c}{2}, \frac{q+r}{2}\right), \quad M\left(\frac{c+d}{2}, \frac{r+s}{2}\right),$$

$$N\left(\frac{d+a}{2}, \frac{s+p}{2}\right)$$

である。これより、K から L までの移動は

$$\overrightarrow{KL} = \begin{pmatrix} \frac{b+c}{2} - \frac{a+b}{2} \\ \frac{q+r}{2} - \frac{p+q}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{c-a}{2} \\ \frac{r-p}{2} \end{pmatrix}$$

となり、N から M までの移動は

$$\overrightarrow{NM} = \begin{pmatrix} \frac{c+d}{2} - \frac{d+a}{2} \\ \frac{r+s}{2} - \frac{s+p}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{c-a}{2} \\ \frac{r-p}{2} \end{pmatrix}$$

となる。これらは一致するから KLMN は平行四辺形である。

**別解** K, L, M, N の座標を求めるところまでは、上と同様である。

KM の中点は

$$\begin{aligned} &\left( \frac{\frac{a+b}{2} + \frac{c+d}{2}}{2}, \frac{\frac{p+q}{2} + \frac{r+s}{2}}{2} \right) \\ &= \left( \frac{a+b+c+d}{4}, \frac{p+q+r+s}{4} \right) \end{aligned}$$

であり、NL の中点は

$$\begin{aligned} &\left( \frac{\frac{b+c}{2} + \frac{d+a}{2}}{2}, \frac{\frac{q+r}{2} + \frac{s+p}{2}}{2} \right) \\ &= \left( \frac{a+b+c+d}{4}, \frac{p+q+r+s}{4} \right) \end{aligned}$$

である。

これらは一致するから、KLMN の 2 本の対角線がそれぞれの中点で交わっていることが分かる。したがって、KLMN は平行四辺形である。