

中2数学C 2019年度1学期 本問解答

§9 因数分解と2次方程式

※ 欠席してしまった場合は、問 9.2～問 9.5 を(余裕があれば問 9.6 も) 自分で確認し、p.15 の宿題 H9.1～H9.3 に取り組んで提出してください。

問9.1

平方完成で解くのはすごく大変である。

左辺を因数分解すると、

$$(x+1)(x+1980)=0$$

と書き換えられる。これが成り立つのは、

$$x+1=0 \quad \text{または} \quad x+1980=0$$

のときであるから、方程式の解は $x=-1, -1980$ である。

問9.2

(1) $(x+1)(x-2)=0$ より、 $x+1=0$ または $x-2=0$ なので、 $x=-1, 2$

(2) $2(x+2)(x-1)=0$ より、 $x+2=0$ または $x-1=0$ なので、 $x=-2, 1$

(3) $(x-4)^2=0$ より、 $x-4=0$ なので、 $x=4$ (重解)

※ x の 2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の左辺を因数分解して $a(x-\alpha)(x-\beta)=0$ となれば、 $x=\alpha, \beta$ が解である。 $a(x-\alpha)^2=0$ となった場合は、 α と β が重なったとみて $x=\alpha$ を重解(重根)という。

(4) $x(x+2)=0$ より、 $x=0$ または $x+2=0$ なので、 $x=0, -2$

(5) $x(x+1)(x+2)(x+3)=0$ より、
 $x=0$ または $x+1=0$ または $x+2=0$ または $x+3=0$ なので、
 $x=0, -1, -2, -3$

(6) $(x+1)^2(x+2)=0$ より、 $x+1=0$ または $x+2=0$ なので、 $x=-1, -2$

※ 重解は 3 次以上の方程式でも考えられる概念で、上記の解のうち -1 の方をやはり重解(詳しくは 2 重解)という。

問9.3

(1) $x^2 - 5x + 6 = 0$ より、
 $(x-2)(x-3) = 0$
 $x-2=0$ または $x-3=0$
 $\therefore \boxed{x=2, 3}$

(2) $x^2 + 2x - 8 = 0$ より、
 $(x+4)(x-2) = 0$
 $x+4=0$ または $x-2=0$
 $\therefore \boxed{x=-4, 2}$

(3) $2x^2 + 10x + 12 = 0$ より、
 $2(x^2 + 5x + 6) = 0, \quad 2(x+2)(x+3) = 0$
 $x+2=0$ または $x+3=0$
 $\therefore \boxed{x=-2, -3}$

(4) $x^2 + x - 6 = 0$ より、
 $(x+3)(x-2) = 0, \quad \therefore \boxed{x=-3, 2}$

(5) $-x^2 + x + 6 = 0$ より、
 $x^2 - x - 6 = 0, \quad (x+2)(x-3) = 0, \quad \therefore \boxed{x=-2, 3}$

(6) $x^2 - (\pi+3)x + 3\pi = 0$ より、
 $(x-3)(x-\pi) = 0, \quad \therefore \boxed{x=3, \pi}$

問9.4

(1) $2x^2 + bx + c = 0$ ①

(i) 解が $x=1, 3$ となることから、①の左辺は、

$$2x^2 + bx + c = 2(x-1)(x-3)$$

と因数分解できる。この右辺を展開すると、

$$2x^2 + bx + c = 2(x^2 - 4x + 3)$$

$$\therefore 2x^2 + bx + c = 2x^2 - 8x + 6$$

となる。両辺の係数を比較して、 $\boxed{b=-8, c=6}$

(ii) 解が $x=2$ (重解) となることから、①の左辺は、

$$2x^2 + bx + c = 2(x-2)^2$$

と因数分解できる。この右辺を展開すると、

$$2x^2 + bx + c = 2(x^2 - 4x + 4)$$

$$\therefore 2x^2 + bx + c = 2x^2 - 8x + 8$$

となる。両辺の係数を比較して、 $\boxed{b=-8, c=8}$

(2) $x^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ②

の解が $x=2, 3, 5$ となることから、②の左辺は、

$$x^3 + bx^2 + cx + d = (x-2)(x-3)(x-5)$$

と因数分解できる。この右辺を展開すると、

$$x^3 + bx^2 + cx + d = (x^2 - 5x + 6)(x-5)$$

$$\therefore x^3 + bx^2 + cx + d = x^3 - 10x^2 + 31x - 30$$

となる。両辺の係数を比較して、 $\boxed{b=-10, c=31, d=-30}$

問9.5

x の 2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ① が $x=\alpha$ を解にもつとき、代入して

$$a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$$

$$\therefore c = -a\alpha^2 - b\alpha$$

となるから、①の左辺が

$$ax^2 + bx + c = ax^2 + bx - a\alpha^2 - b\alpha$$

$$= a(x^2 - \alpha^2) + b(x - \alpha)$$

$$= a(x - \alpha)(x + \alpha) + b(x - \alpha)$$

$$= a(x - \alpha) \left(x + \alpha + \frac{b}{a} \right)$$

と因数分解される ($x - \alpha$ という因数をもつ) ことがわかる。

(1) $x^2 - px + 2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$

が $x=1$ を解にもつとき、残りの解を $x=t$ とすると、 $\textcircled{1}$ の左辺は

$$x^2 - px + 2 = (x-1)(x-t)$$

と因数分解できる。

両辺の定数項を比べると、

$$2 = (-1) \times (-t), \therefore t = 2$$

よって、残りの解は $\boxed{2}$ である。

(2) $x^2 - 3x + p = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$

が $x=1$ を解にもつとき、残りの解を $x=t$ とすると、 $\textcircled{1}$ の左辺は

$$x^2 - 3x + p = (x-1)(x-t)$$

と因数分解できる。

両辺の x の係数を比べると、

$$-3 = -1 - t \quad \therefore t = 2$$

よって、残りの解は $\boxed{2}$ である。

(3) $x^2 - 3x + p = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$

が $x=-1$ を解にもつとき、残りの解を $x=t$ とすると、 $\textcircled{1}$ の左辺は

$$x^2 - 3x + p = (x+1)(x-t)$$

と因数分解できる。

両辺の x の係数を比べると、

$$-3 = 1 - t \quad \therefore t = 4$$

よって、残りの解は $\boxed{4}$ である。

(4) $x^2 + 2x + p = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$

が $x=-1$ を解にもつとき、残りの解を $x=t$ とすると、 $\textcircled{1}$ の左辺は

$$x^2 + 2x + p = (x+1)(x-t)$$

と因数分解できる。

両辺の x の係数を比べると、

$$2 = 1 - t \quad \therefore t = -1$$

よって、残りの解も $\boxed{-1}$ である。

(つまり $x=-1$ は $\textcircled{1}$ の重解である。残りの解は「ない」という答え方もあり得る。)

問9.6

岩が底まで落ちる時間を t 秒とおくと、底からザバーンという音が地上まで届くのにかかる時間は $(16.8 - t)$ 秒である。したがって、穴の深さは、

(A)からは、 $4.9t^2$ [m]

(B)からは、気温 20°C を考えて、 $(331 + 0.6 \times 20) \times (16.8 - t) = 343(16.8 - t)$ [m]

となる。この2通りに表された深さが等しいことから、

$$4.9t^2 = 343(16.8 - t)$$

が得られる。これを解くと、

$$49t^2 = 343(168 - 10t) \quad (\text{両辺を10倍})$$

$$\overset{1}{49}t^2 = \overset{1}{49} \times 7(168 - 10t)$$

$$t^2 = 7 \times 168 - 7 \times 10t$$

$$\therefore t^2 + 70t - 7 \times 168 = 0$$

$7 \times 168 = 7 \times 2 \times 84 = 14 \times 84$ に注意して左辺を因数分解すると、

$$(t + 84)(t - 14) = 0$$

$$\therefore t = -84, 14$$

$$t > 0 \text{ より、} t = 14$$

したがって、穴の深さは、 $4.9t^2 = 4.9 \times 14^2 = \boxed{960.4}$ m